2022年度機械工学専攻

大学院修士課程入学試験問題

「機械工学」(第1部)

試験日時:2021年8月31日(火) 9:00~11:00

注意事項

- 1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと.
- 2. 問題は問題1から問題2まである。全間に解答すること、
- 3. 問題の落丁、乱丁、あるいは印刷不鮮明な箇所があれば申し出ること.
- 4. 答案用紙は4枚配付される. 枚数を確認し、過不足があれば申し出ること.
- 5. 問題ごとに2枚の答案用紙を用いて解答すること. 設問 I, IIに分かれている問題は, 設問ごとに1枚の答案用紙を用いて解答すること. 設問Ⅲまである場合は, 問題冒頭の指示に従うこと. 解答を表面で書ききれない時は, 裏面にわたってもよい. なお, それでも解答するスペースが不足する場合は答案用紙を与えるので申し出ること.
- 6. 答案用紙の指定された箇所に、自分の受験番号、その答案用紙で解答する問題番号を 記入すること、記入もれの場合は採点されないことがある. なお、科目名欄には「機 械工学(第1部)」と記入すること. 答案用紙の右端にある「 /of」については、 答案用紙を追加しない場合は空欄のままでよい. 但し答案用紙を追加した場合は、問 題ごとの枚数を記載する.
- 7. 解答に関係のない記号や符号を記入した答案は無効となることがある.
- 8. 答案用紙は、解答ができなかった分も含め、全てを提出すること、
- 9. 下書き用紙は2枚配付される. 左上に自分の受験番号を記入すること.
- 10. 下書き用紙は、使用しなかった分も含め、2枚全部を提出すること.
- 11. 問題冊子は持ち帰ってよい.

(白紙)

'問題 1

下記のI, II の両方について解答せよ. なお, I の解答に答案用紙 1 枚を, II の解答に答案用紙 1 枚を, それぞれ用いること.

- I. ヒートポンプサイクルについて考える. 比熱が一定で質量 1 kg の理想気体を,環境温度 T_1 [K]で体積 V_1 [m^3]の状態 1 から断熱圧縮した後,温度が T_h ($T_1 < T_h$) [K]一定で熱容量が無限大の蓄熱体に体積一定で放熱させる. 続いて,熱交換後の気体を体積 V_1 [m^3]まで断熱膨張させ仕事を回収した後,体積一定のまま環境から吸熱させ,最終的に状態 1 に戻す.ここでは閉じた系のヒートポンプサイクルを考え,圧縮および膨張には容積型の圧縮機と膨張機を用いるものとする.また,熱交換における流動損失は無視でき,伝熱面積も十分に大きいものとする.理想気体の定積比熱を c_v [$J/(kg \cdot K)$],比熱比を κ とする.以下の設問に答えよ.
 - (1) まず、断熱圧縮プロセスが可逆である場合を考える.圧縮後の状態を 状態 2 とし、そのときの気体の温度を T_2 (T_h < T_2) [K]、体積を V_2 [\mathbf{m}^3]とするとき、圧縮比(V_1/V_2)を、 T_h 、 T_1 、 T_2 、 C_V 、 κ の中から必要なものを用いて表せ.
 - (2) 可逆断熱圧縮後の状態 2 の理想気体 1 kg ε ,体積一定($=V_2$)のまま温度 T_h の状態 3 になるまで蓄熱体と熱交換させた後,膨張比(= 圧縮比) $=V_1/V_2$ で可逆的に断熱膨張させ,状態 4 とした.この膨張後の状態 4 の理想気体が体積一定($=V_1$)のまま,状態 1 に戻るまで周囲環境から吸熱した熱量 Q_c ε , T_h , T_1 , T_2 , c_v , κ の中から必要なものを用いて表せ.
 - (3) 設問(2)の状態 $1\rightarrow 2\rightarrow 3\rightarrow 4\rightarrow 1$ のプロセスから成るヒートポンプサイクルの成績係数 ε (=(蓄熱体への放熱量)/(圧縮仕事ー膨張仕事))を、 $T_{\rm h}$, $T_{\rm 1}$, $T_{\rm 2}$, $c_{\rm v}$, κ の中から必要なものを用いて表せ.
 - (4) 図 1-1 を答案用紙に書き写し、図中に状態 2、3、4 を記入せよ. また、理想気体が体積一定で変化する際の比エントロピーs と温度 T の関係を表す式を示した上で、状態 1 と状態 2 を通る理想気体の定積線も図中に記入せよ.

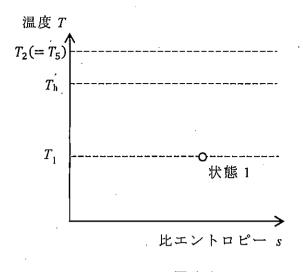


図 1-1

以下の設問では、断熱圧縮過程および断熱膨張過程が不可逆な場合を考える. 熱交換においては、冒頭で記したように流動損失は無視でき、伝熱面積も十分に大きい、また、周囲環境と蓄熱体の温度はそれぞれ一定である.

- (5) 状態 1 の理想気体を不可逆断熱圧縮した結果,温度 T_5 [K]で体積 V_5 [m^3]の状態 5 となった.ここで,不可逆断熱圧縮後の温度 T_5 が設問(1) \sim (4)の可逆断熱圧縮後の温度 T_2 と等しい場合を考える ($T_5 = T_2$). 続いて,体積が V_5 一定のまま温度が T_h ($T_1 < T_h < T_5 = T_2$) [K]の状態 6 になるまで蓄熱体に放熱する.その後,体積 V_1 の状態 1 まで不可逆断熱膨張し,体積一定のまま環境から吸熱して状態 1 へ戻る.このときの状態 1 、存存,設問(1)で書き写した 1 で表線図に記入せよ.また,状態 1 および状態 1 を通る理想気体の定積線も図中に手書きせよ.
- (6) 上記ヒートポンプサイクルの成績係数 ε (= (蓄熱体への放熱量)/(圧縮 仕事-膨張仕事)) が 1 となる条件を 50 字程度で記せ.
- (7) 状態 1 から状態 5 までの不可逆断熱圧縮におけるエントロピー発生量を s_g [$J/(kg \cdot K)$]とする.設問(5)の圧縮された気体温度が $T_5 = T_2$ [K]となる不可逆断熱圧縮プロセスにおける圧縮比($=V_1/V_5$)を, T_h , T_1 , T_2 , s_g , c_v , κ の中から必要なものを用いて表せ.

(8) 環境温度 T_1 [K]の熱を蓄熱体温度 T_h [K]まで昇温する不可逆ヒートポンプの成績係数を上げるための方法について、4 つ以上、それぞれ 50 字程度で記せ、繰り返しになるが、作動流体は理想気体であり、熱交換時の体積変化と流動損失は無く、伝熱面積は十分に大きいものとする.

II. 新型コロナウイルス感染症の世界的な流行によって、ハンディタイプの放射体温計による体温チェックを目にすることが多くなった。この種の放射体温計は、従来の放射温度計の設定を変えたものと考えられるが、どのような原理によって体温が計測されるのか考察したい。なお、人体は灰色体として近似でき、射出率 ϵ_S は 0.98 とする。ステファン-ボルツマン定数 $\sigma=5.7 \times 10^{-8}$ W/($m^2 \cdot K^4$)とする。

以下の設問に答えよ.

- (1) 最初に放射伝熱を無視して、対流伝熱の効果を考える.人間の頭部の熱モデルとして図 1-2 に示すような極めて簡単な無限円筒コア-シェルモデルを採用する.半径 R_1 のコア部の温度は一定 T_C とし、半径 R_2 における表面温度 T_S を求める.シェル部分は熱伝導率 λ の固体で発熱は無視でき、表面から温度 T_∞ の室内には熱伝達率h での放熱があるとする.一次元の定常状態で近似できるとして、シェル内の温度分布を求めるための微分方程式と境界条件を示せ.
- (2) 設問(1)より、シェル内の温度分布と表面温度 Ts を求めよ、
- (3) 設問(2)の結果を踏まえて表面温度 $T_{\rm S}$ の値を計算してみよう. シェル 部の熱伝導率 $\lambda=0.5$ W/(m·K), $R_{\rm I}=7$ cm, $R_{\rm 2}=8$ cm, $T_{\rm c}=37$ °C, $T_{\infty}=25$ °C として,熱伝達率 h を変化させた.結果の図 1-3 につい て,正しく計算されたものを $A\sim E$ から選び,選択の根拠を述べよ.なお, $\log_e(8/7)\cong 0.13$ と近似してよい.
- (4) 放射温度計は、測定部表面からの放射赤外線を小さなセンサーに集光して測定部の温度を計測するものである。室温近傍の温度を計測する場合には、センサーは波長 $8\sim14~\mu m$ の赤外線に感度を持つように設計される。この理由を 80 字程度で記述せよ。
- (5) さて、対流伝熱の効果を無視して放射伝熱の効果を考えよう.人間を表面積S、表面温度 T_S の凸な物体で近似する.このとき人体から温度 T_∞ の十分に広い室内への放射伝熱量QをS、 T_S 、 T_∞ 、 ε_S 、 σ を用いて表せ.また、 $S=2.0~\mathrm{m}^2$ 、 $T_S=37~\mathrm{C}$ 、 $T_\infty=27~\mathrm{C}$ のときの放射伝熱量を有効数字 2 桁で計算せよ.

(6) 設問(1)-(5)の結果を踏まえて、体温と体表面温度との関係を 50 字程度で記述せよ.

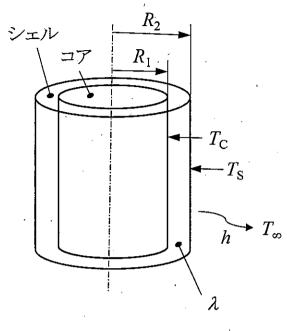


図 1-2 -

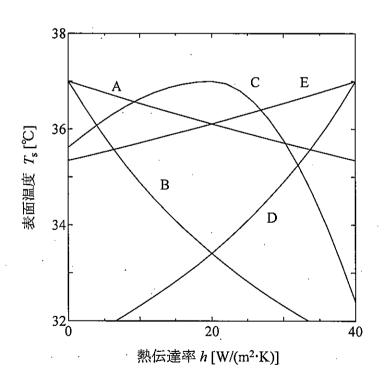


図 1-3

問題 2

下記のI, IIの両方について解答せよ.なお,Iの解答に答案用紙1枚を,IIの解答に答案用紙1枚を,それぞれ用いること.

- I. 図 2-1 に示すような流れおよび検査体積 ABCD を考える。左側の検査面 AB から一様な流速で流入した液体は,検査体積内のある地点で液面が上昇し,右側の検査面 CD から一様な流速で流出する。液面より上側の圧力は大気圧 P_0 (一定) とする。壁面 BC に働くせん断応力は無視できるものとする。液体の密度を P ,重力加速度を P ,流入側の液面の高さを P ,流速を P ,流出側の液面の高さを P 。流れを P 2 次元とし,紙面垂直方向には 単位長さで考える。空気の密度と粘性は十分小さいとする。液面の形状も含めて,液体の流れは時間的に変化しないものとし,以下の設問に答えよ。
 - (1) 図 2-1 に示す検査体積において、検査面 ABに働く力 F_1 を P_0 、 ρ 、g、 H_1 、 H_2 を用いて表せ.
 - (2) 検査面 CDから単位時間あたりに流出する運動量 M_{out} を ρ , H_1 , H_2 , V_1 を用いて表せ.
 - (3) 設問(2)の結果をもとに、検査体積に対する運動量の流入出を考える. 運動量法則を用いて、検査面 ABに働く力の大きさ F_1 と、検査面 CDに 働く力の大きさ F_2 の差 F_1-F_2 を ρ 、 H_1 、 H_2 、 V_1 を用いて表せ.
 - (4) H_2 をg, H_1 , V_1 を用いて表せ.
 - (5) 設問(4)の結果を用いて、図 2-1 に示すような液面の上昇、すなわち $H_1 < H_2$ となる条件を決定するための無次元数を定めよ、さらに、この 無次元数を用いて $H_1 < H_2$ となる条件を示せ、

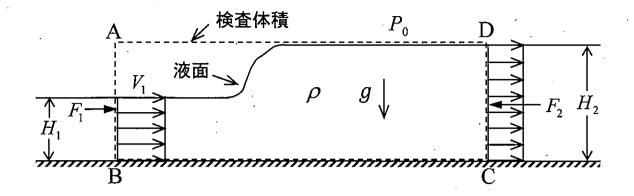


図 2-1

II. 液体で満たされた十分大きな容器に、直径 Dの細い円管が接続されている。図 2-2 に示すように、ある時刻においてバルブを開き、液体が円管内に流入する現象を考える。バルブを開けた後、バルブから容器内の水面までの高さは一定に保たれている。以下では、バルブを開いた後、十分に時間が経過した場合を考える。このとき、円管内部の流速は十分に小さくなるため、バルブ直後の圧力 P_{ν} は時間変化しないとみなしてよい。液体は非圧縮性流体とし、その密度、粘度をそれぞれ ρ 、 μ とする。

図 2-2 に示すように、円管内の液体が存在する領域を液柱部と気液界面の影響を受ける先端部に分けて、その境界面を検査面 F とする。先端部はその形状を変えることなく液柱部の長さ L(t)のみが時間 t とともに増加すると仮定する。また、液柱部内部の流れは層流であり、その主流方向速度成分は管の半径方向に放物分布を持つと仮定してよい。ある時刻 t=0 における液柱部の長さを $L(0)=L_0$ とする。液柱部に関して、以下の設問に答えよ。

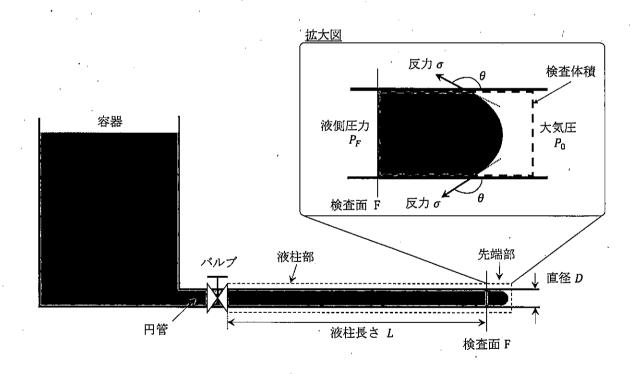


図 2-2

- (1) 液柱内部の運動量の時間変化は無視できると仮定し、時刻 t=0 における気液界面の移動速度 $U(0)=U_0$ を D 、 L_0 、 ΔP 、 μ を用いて表せ、ただし、 $\Delta P=P_V-P_E$ はバルブ直後と検査面 F の圧力差である.
- (2) 時刻 $t \ge 0$ において、常に設問(1)の条件が成立すると仮定し、D、 ΔP 、 μ を用いて液柱部長さ L(t)の時間発展を支配する方程式を導出せよ。
- (3) ΔP は時間変化しないと仮定し、時刻 t=0 における液柱部長さ L_0 を初期条件として、設問(2)で得られた方程式を解き、時刻 $t \geq 0$ における液柱部長さ L(t) の時間発展を求めよ、
- (4) 時刻t=0における液柱部内部における単位時間あたりの粘性によるエネルギー散逸をD, U_0 , ΔP を用いて表せ、ただし、液柱部内部の運動エネルギーの時間変化は無視してよい.

ここまでの考察では、検査面 F の圧力 P_F は一定と仮定した、続いて、 P_F がどのように決まるかを考察するため、先端部を考える。図 2-2 の拡大図に示すように、先端部では気液界面はその移動速度に依らず接触角 θ で壁面と接するものとする。このとき、気液界面と壁面の接触線上では、単位長さあたりの表面力である表面張力 σ の反力が壁から気液界面に作用する。円管内の気体の圧力は大気圧 P_0 と等しいものとする。先端部に関して、以下の設問に答えよ。

(5) 図 2-2 の拡大図の破線で囲まれた検査体積における運動量法則に基づき、表面張力の反力を考慮して、検査面 F の圧力 P_F を D 、 P_0 、 σ 、 θ を用いて表せ、ただし、液体の速度は十分に小さいため、検査体積内において、気体の部分を含めた流体と円管内壁との摩擦、流体の流動に伴う運動量の流入および流出、流体の運動量の時間変化は無視できるものとする

(白紙)

FY2022 Department of Mechanical Engineering

Master Course Program Entrance Examination

"Mechanical Engineering" (Part 1)

2021/8/31 (Tuesday) $9:00\sim11:00$

Instructions

- 1. Do not open the exam booklet until you are instructed to begin.
- 2. Answer all Questions in Problems 1 and 2.
- 3. If you find some incomplete printing or collating, report them to the proctor.
- 4. Make sure that you have all 4 answer sheets. Let the proctor know otherwise.
- 5. Use 2 answer sheets for each Problem. If there are Questions I and II in a Problem, use one answer sheet for one Question. If there are Questions I, II and III in a Problem, follow the instruction at the top of the Problem. If the space on the front side of the answer sheet is not enough, you may also use the backside. If the space is still not enough, ask the proctor for an additional answer sheet.
- 6. On each answer sheet, write your examinee number (candidate number) and the Problem number in the designated boxes. If you fail to do so, the answer sheet may not be graded. Write "Mechanical Engineering (Part 1)" in "Subject". Leave "(/of)" blank unless you use an additional answer sheet for the Problem.
- 7. Answer sheets with symbols or signs that are not related to the answers may be judged invalid.
- 8. Hand in all the answer sheets even if you have not used them.
- 9. You are provided with 2 worksheets. Write your examinee number (candidate number) on the upper left corner of each worksheet.
- 10. Hand in both worksheets even if you have not used them.
- 11. You may take home the exam booklet.

(Blank)

Problem 1

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another sheet for Question II.

- I. Let us consider a heat pump cycle. A unit mass of an ideal gas (1 kg) with a constant specific heat is adiabatically compressed from State 1 at an ambient temperature of T_1 [K] and a volume of V_1 [m³]. Then, this compressed hot gas releases heat at constant volume to a thermal-storage device, which has an infinite heat capacity and is kept at a constant temperature of T_h ($T_1 < T_h$) [K]. The gas after heat exchange is adiabatically expanded to volume V_1 [m³], where the work is taken out. Finally, the gas absorbs heat from the ambient environment and returns to State 1 with constant volume. Here, we consider a closed system heat pump cycle, and a displacement compressor and a displacement expander are used for compression and expansion processes. There is no fluid flow loss during the heat exchange, and the heat transfer areas are large enough. The specific heat at constant volume and heat capacity ratio of this ideal gas are c_V [J/(kg·K)] and κ , respectively. Answer the following questions.
 - (1) First, assume that the adiabatic compression process is reversible, where the state after compression is State 2. The temperature and volume of the ideal gas at State 2 are T_2 ($T_h < T_2$) [K] and V_2 [m³], respectively. Obtain the expression for the compression ratio (V_1/V_2) by using those needed among the following parameters: T_h , T_1 , T_2 , c_v and κ .
 - (2) The compressed gas (1 kg) exchanges heat with the thermal-storage device during the constant volume process (= V_2) from State 2 to State 3 whose temperature is T_h . Next, the ideal gas at State 3 is reversibly and adiabatically expanded to State 4 with an expansion ratio of V_1/V_2 , which is identical to the compression ratio. Then, the ideal gas absorbs heat from the ambient environment without changing its volume (= V_1) until it returns back to State 1. Obtain the amount of absorbed heat Q_c during the process from State 4 to State

- 1, by using those needed among the following parameters: T_h , T_1 , T_2 , c_v and κ .
- (3) Obtain the coefficient of performance ε (= (the heat transferred to the thermal-storage device)/(the compression work minus the expansion work)) of the heat pump cycle 1→2→3→4→1 in Question (2) by using those needed among the following parameters: T_h, T₁, T₂, c_v and κ.
- (4) Redraw the *T-s* diagram shown in Figure 1-1 on the answer sheet, and plot States 2, 3 and 4 in the *T-s* diagram. In addition, obtain the expression which describes the relation between the specific entropy s and temperature T of a constant volume process for an ideal gas. Draw the constant volume lines of the ideal gas that pass through States 1 and 2 in the *T-s* diagram.

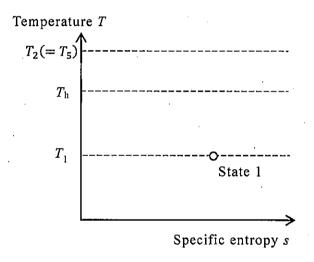


Figure 1-1

In the following questions, it is considered that the adiabatic compression and expansion processes are irreversible. For the heat exchange, as already described, there is no flow loss and the heat transfer areas are large enough. In addition, the temperatures of the ambient environment and the thermal-storage device are constant.

- (5) The ideal gas at State 1 is adiabatically but irreversibly compressed to State 5 whose temperature is T_5 [K] and volume is V_5 [m³]. Here, the temperature T_5 is assumed to be the same as T_2 ($T_5=T_2$) which is defined in Questions (1) to (4) for the adiabatic compression case. Then, the ideal gas exchanges heat with the heat storage device without volume change (= V_5) until it reaches State 6 whose temperature is T_h ($T_1 < T_h < T_5 = T_2$) [K]. The ideal gas at State 6 expands adiabatically but irreversibly to State 7 whose volume is V_1 , and finally returns back to State 1 without volume change by absorbing heat from the ambient environment. Plot States 5, 6 and 7 in the T-s diagram you have drawn in Question (4). In addition, draw a constant volume line for the ideal gas which passes through States 5 and 6.
- (6) Answer the condition at which the coefficient of performance ε (= (the heat transferred to the thermal-storage device)/(the compression work minus the expansion work)) of this heat pump cycle becomes 1, in approximately 30 words.
- (7) Let the amount of entropy generation during irreversible adiabatic compression process from State 1 to State 5 be s_g [J/(kg·K)]. Obtain the expression for the compression ratio (= V₁/V₅) for the irreversible case when the temperature of the compressed gas becomes T₅ = T₂ [K], by using those needed among the following parameters; T_h, T₁, T₂, s_g, c_v and κ.
- (8) Write down methods to improve the coefficient of performance of an irreversible heat pump which pumps up heat from the ambient temperature T_1 [K] to the temperature of the thermal-storage device T_h [K]. Describe four or more methods, using approximately 30 words for each. As aforementioned, the working fluid is an ideal gas which exchanges heat under constant volume without flow loss, and the heat transfer areas are large enough.

- II. Under the pandemic of COVID-19, we see body-temperature screening everywhere with portable radiation thermometers. This kind of portable infrared radiation thermometers for body temperature is modified from normal radiation thermometers. Let us consider how the body temperature is obtained. Assume that the surface of human body can be considered as a gray body with the emissivity $\varepsilon_S = 0.98$. You can use the Stephan-Boltzmann constant $\sigma = 5.7 \times 10^{-8}$ W/(m²·K⁴). Answer the following questions.
 - (1) First, we will consider the effect of convective heat transfer without considering radiative heat transfer. Let us employ a very simple infinite cylinder core-shell model in Figure 1-2 as the thermal model of a human head. The core cylinder with a radius R_1 has a constant temperature T_C . We need to obtain the surface temperature T_S at the radius R_2 . Assume that the shell part is solid with thermal conductivity λ without heat generation. We consider the convective heat transfer with a heat transfer coefficient h from the surface to the room at temperature T_∞ . By assuming the one dimensional steady heat conduction, describe the differential equation and boundary conditions for obtaining the temperature distribution of the shell part.
 - (2) Obtain the temperature distribution of the shell part and surface temperature T_S according to Question (1).
 - (3) Based on the result of Question (2), let us calculate the value of surface temperature T_S . Setting the thermal conductivity of shell part $\lambda = 0.5 \text{ W/(m \cdot K)}$, $R_1 = 7 \text{ cm}$, $R_2 = 8 \text{ cm}$, $T_c = 37 \text{ °C}$ and $T_{\infty} = 25 \text{ °C}$, the heat transfer coefficient h is varied. Identify the correct curve among $A \sim E$ in Figure 1-3. Explain the reason. Here, you can approximate $\log_e(8/7) \cong 0.13$.
 - (4) The infrared radiation thermometer is designed for detection of infrared radiation from the measurement surface focused on a small sensor. When optimized for measurement of the temperature range

near room temperature, a typical sensor has a sensitivity for infrared radiation with the wavelength between 8 and 14 μ m. Describe the reason in about 50 words.

- (5) Now, we consider radiative heat transfer without considering convective heat transfer. Let us assume that a whole human body can be approximated with a convex object with a surface area S and a surface temperature T_S . Express the amount of radiative heat transfer Q from the human body to a large room at a temperature T_∞ using S, T_S , T_∞ , ε_S and σ . Calculate the amount of radiative heat transfer with two significant digits when $S=2.0 \text{ m}^2$, $T_S=37 \text{ °C}$ and $T_\infty=27 \text{ °C}$.
- (6) Based on the results in Questions (1)-(5), describe the relation between body temperature and body surface temperature in about 30 words.

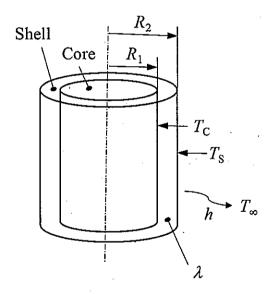


Figure 1-2

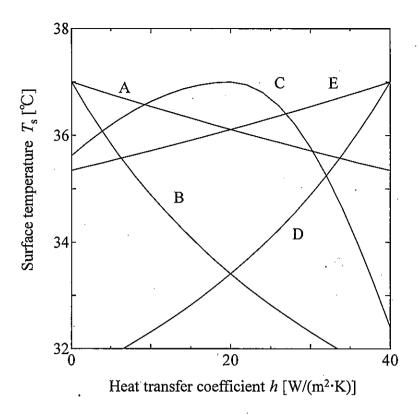


Figure 1-3

Problem 2

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another sheet for Question II.

- I. Consider the flow and the control volume ABCD shown in Figure 2-1. The liquid flows in at a uniform velocity from the control surface AB on the left side, and its surface rises up to a certain height at some location in the control volume. The liquid flows out at a uniform velocity from the control surface CD on the right side. The pressure above the liquid surface is assumed to be the atmospheric pressure P_0 (constant). Assume that the shear stress acting on the wall BC is negligible. Let the density of the liquid be denoted by ρ , the acceleration of gravity by g, the height of the liquid level on the inflow side by H_1 , the flow velocity by V_1 , and the height of the liquid level on the outflow side by H_2 . The flow is assumed to be two-dimensional, and the unit length is considered in the normal direction of this paper sheet. Density and viscosity of air is assumed to be sufficiently small. Assume that the liquid flow does not vary in time, including the shape of the liquid surface. Answer the following questions.
 - (1) For the control volume shown in Figure 2-1, express the force F_1 acting on the control surface AB using P_0 , ρ , g, H_1 and H_2 .
 - (2) Express the momentum M_{out} that flows out from the control surface CD per unit time using ρ , H_1 , H_2 and V_1 .
 - (3) Based on the result of Question (2), consider the inflow and outflow of momentum for the control volume. Using the momentum principle, express the difference $F_1 F_2$ using ρ , H_1 , H_2 and V_1 , where F_1 is the magnitude of the force acting on the control surface AB and F_2 is the magnitude of the force acting on the control surface CD.
 - (4) Express H_2 using g, H_1 and V_1 .
 - (5) Using the result of Question (4), define a dimensionless number for determining the condition that the liquid surface rises up, that is

 $H_1 < H_2$ in Figure 2-1. In addition, using this dimensionless number, find the condition of $H_1 < H_2$.

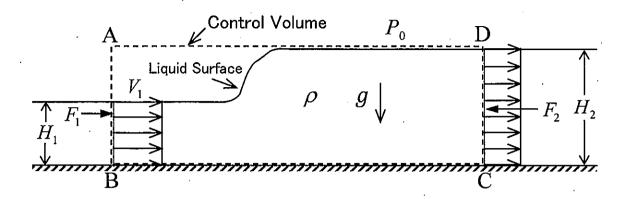


Figure 2-1

II. A small circular tube with a diameter of D is connected to a sufficiently large vessel filled with liquid. As shown in Figure 2-2, consider a phenomenon where the liquid flows into the circular tube after the valve is opened at a certain time. After the valve is opened, the height of the liquid surface inside the vessel from the valve is kept constant. In the following, consider a situation where sufficiently long time has passed after the valve was opened. In this case, the liquid velocity inside the circular tube becomes sufficiently small, so that the liquid pressure P_{ν} right behind the valve can be assumed constant in time. The liquid is incompressible, and its density and viscosity are ρ and μ , respectively.

As shown in Figure 2-2, the region filled with the liquid inside the circular tube is divided into a liquid column region and a front region where the flow is affected by the presence of the gas-liquid interface, and their boundary is a control surface F. It is assumed that the front region does not change its shape, and only the length L(t) of the liquid column region is increased with time t. The flow inside the liquid column region is assumed to be laminar and its streamwise velocity component has a parabolic profile in the radial direction of the tube. Assume that the length of the liquid column region at a certain time t=0 is $L(0)=L_0$. Regarding the liquid column region, answer the following questions.

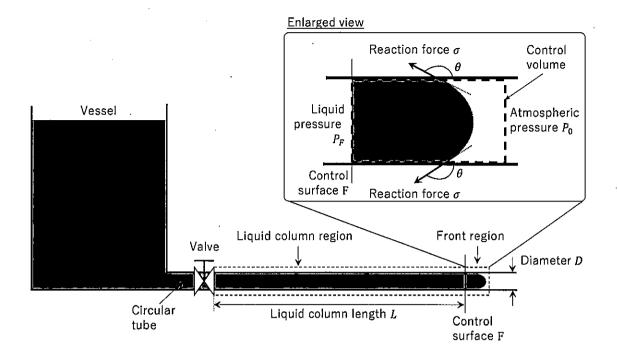


Figure 2-2

- (1) Assuming that the temporal change of the momentum inside the liquid column region is negligible, express the moving velocity $U(0)=U_0$ of the gas-liquid interface at t=0, using D, L_0 , ΔP and μ . Here, $\Delta P=P_V-P_F$ is the pressure difference between the location right behind the valve and the control surface F.
- (2) Assuming that the condition in Question (1) always holds for $t \ge 0$, derive the equation governing the temporal development of the liquid column length L(t) by using D, ΔP and μ .
- (3) Assuming that ΔP does not vary with time, solve the equation derived in Question (2) with the initial condition of the liquid column length L_0 at t=0, and find the temporal development of the liquid column length L(t) for $t \ge 0$.
- (4) Using D, U_0 and ΔP , express the energy dissipation due to viscosity per unit time at t=0 inside the liquid column region. Here, the temporal change of the kinetic energy inside the liquid column region can be neglected.

In the above considerations, it has been assumed that the pressure P_F at the control surface F is constant. Next, consider the front region in order to discuss how P_F is determined. As shown in the enlarged view of Figure 2-2, the gas-liquid interface contacts the wall with a contact angle of θ regardless of the moving speed of the gas-liquid interface. Along the contact line between the gas-liquid interface and the wall, the reaction force of the surface tension σ , which is a surface force per unit length, acts on the gas-liquid interface from the wall. The gas pressure inside the circular tube is assumed to be the atmospheric pressure P_0 . Regarding the front region, answer the following question.

(5) Considering the reaction force of the surface tension, express the liquid pressure P_F at the control surface F using D, P₀, σ and θ, based on the momentum principle for the control volume surrounded by the broken line in the enlarged view of Figure 2-2. Here, since the liquid velocity is sufficiently small, inside the control volume, the friction between the fluid including the gas and the inner surface of the tube, the momentum flows in and out associated with fluid flow, and the temporal change in the momentum of the fluid can be neglected.

(Blank)