

2020 年度機械工学専攻

大学院修士課程入学試験問題

「機械工学」(第2部)

試験日時：2019年8月27日(火) 13:00～16:00

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 問題は問題1から問題3までである。全問に解答すること。
3. 問題の落丁、乱丁、あるいは印刷不鮮明な箇所があれば申し出ること。
4. 答案用紙は6枚配付される。枚数を確認し、過不足があれば申し出ること。
5. 問題ごとに2枚の答案用紙を用いて解答すること。設問Ⅰ、Ⅱに分かれている問題は、設問ごとに1枚の答案用紙を用いて解答すること。設問Ⅲまである場合は、問題冒頭の指示に従うこと。解答を表面で書ききれない時は、裏面にわたってもよい。なお、それでも解答するスペースが不足する場合は答案用紙を与えるので申し出ること。
6. 答案用紙の指定された箇所に、自分の受験番号、その答案用紙で解答する問題番号を記入すること。記入もれの場合は採点されないことがある。なお、科目名欄には「機械工学(第2部)」と記入すること。答案用紙の右端にある「 / of」については、答案用紙を追加しない場合は空欄のままでよい。但し答案用紙を追加した場合は、問題ごとの枚数を記載する。
7. 解答に関係のない記号や符号を記入した答案は無効となることがある。
8. 答案用紙は、解答ができなかった分も含め、全てを提出すること。
9. 下書き用紙は3枚配付される。左上に自分の受験番号を記入すること。
10. 下書き用紙は、使用しなかった分も含め、3枚全部を提出すること。
11. 問題冊子は持ち帰ってよい。

(白紙)

問題 1

下記の I, II の両方について解答せよ．なお，I の解答には答案用紙 1 枚を，II の解答には答案用紙 1 枚を，それぞれ用いること．

I. 図 1-1 の片端固定支持梁を考える．左端 A を x 軸の原点 $x=0$ とし，梁の長さは L ，梁の縦弾性係数は E である．梁には， $x=a$ の C 点で荷重 P が作用しており，右端 B は垂直な剛体壁に固定支持されている．梁は弾性変形状態にあると考え，以下の設問に答えよ．

- (1) 位置 x にある横断面に作用する曲げモーメント $M(x)$ を求めよ．
- (2) 断面二次モーメントを I とし，たわみ曲線 $v(x)$ を求めよ．
- (3) 図 1-2 に示す通り，梁の横断面が矩形で高さが h ，幅が b である場合に，梁に発生する最大引張応力を h, b, P, L, a により表せ．また最大引張応力が発生する位置を， x, y, z 座標を用いて示せ．

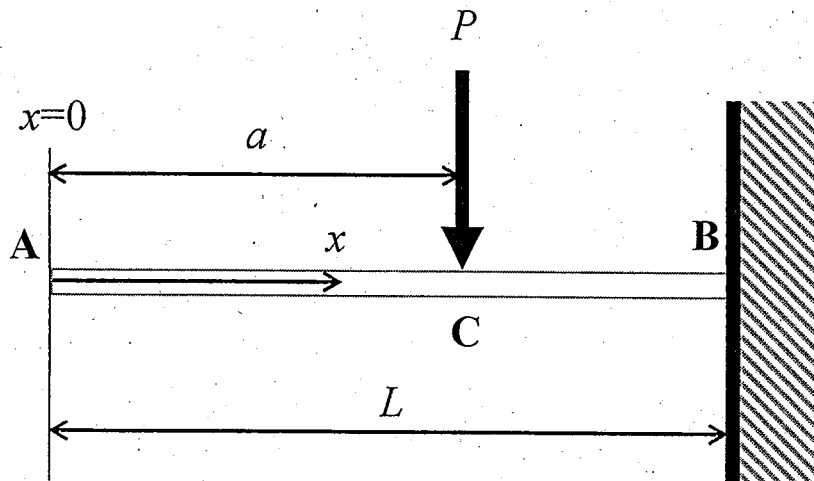


図 1-1

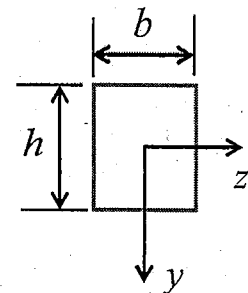


図 1-2

次に，図 1-3 に示すように，梁の A 点 ($x=0$) の位置を，ばね定数 k のコイルばねで支持する．コイルばねは A 点で梁に接合されており，D 点で剛体床に支持され，横方向には自由に移動できる．剛体床からコイルばねに作用する力を R_D とする．梁に荷重 P が作用する前には，コイルばねは自然長であってコイルばねから梁に作用する力 R_A は， $R_A=0$ である．コイルばねの中心

線は剛体床に鉛直であり，梁に荷重 P が作用した後も鉛直な状態を保つ．断面二次モーメントを I とする．梁に荷重 P が作用し，コイルばねと梁からなる系が平衡状態にある場合について，以下の設問に答えよ．

(4) 位置 x にある横断面に作用する曲げモーメント $M(x)$ を， P, x, a, R_D を用いて表せ．

(5) D 点での力 R_D を， k, E, I, P, L, a を用いて表せ．

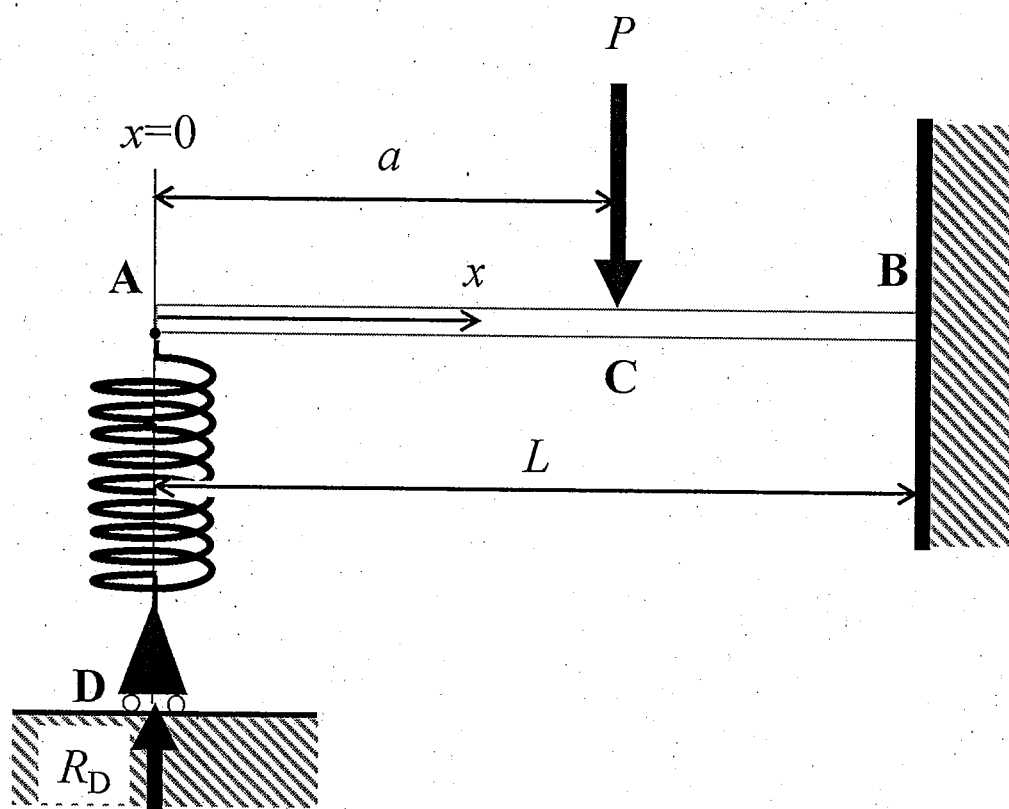


図 1-3

問題 1

II. 図 1-4 に示すように平均半径 R , ピッチ角 α の円筒形コイルばねを考える. コイルばねの中心軸は y 軸と平行であり, コイルばねには y 軸方向の引張荷重 P が働いている. 素線は等方線形弾性体であり, 断面は直径 d の円形である. z 座標が最大となる位置において素線に垂直な断面 A-A' を図 1-4 のように定める. 断面 A-A' の位置における局所直交座標系として, xyz 座標系から xy 面内において z 軸に関してピッチ角 α だけ回転した $\xi\eta\zeta$ 座標系を設定する. 図 1-5 左は断面 A-A' 周辺の拡大図, 右は断面 A-A' の断面図である. 断面 A-A' には y 方向で大きさが P の面力と, x 方向で大きさが PR の内力モーメントがかかる. 図 1-5 右に示すように, 断面 A-A' 上において, 点 h は η が最大となる点, 点 i は ζ が最小となる点, 点 j は η が最小となる点, 点 k は ζ が最大となる点とする. 以下の設問に答えよ.

- (1) 断面 A-A' に働く大きさ P の面力は, 大きさ S のせん断力と大きさ N の軸力に分解される. S と N を求めよ.
- (2) 断面 A-A' に働く大きさ PR の内力モーメントは, 大きさ T のねじりモーメントと大きさ M の曲げモーメントに分解される. T と M を求めよ.

以下の設問においては $d/R \ll 1$ であり, S, N により生じる応力は T, M により生じる応力より十分小さいとして無視する.

- (3) 断面 A-A' 上の点 h および点 i における, 垂直応力 $\sigma_{\xi\xi}$, せん断応力 $\tau_{\xi\eta}$, $\tau_{\xi\zeta}$ を T, M, d, I, I_p を用いて表せ. ここで I は素線の断面二次モーメント, I_p は断面二次極モーメントである.
- (4) 点 h および点 i における第一, 第二, 第三主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を T, M, d, I, I_p で表せ.
- (5) 点 h, i, j, k のうち, 第一主応力が最大と最小となる点を選べ. 選んだ理由を 200 字以内で記せ.

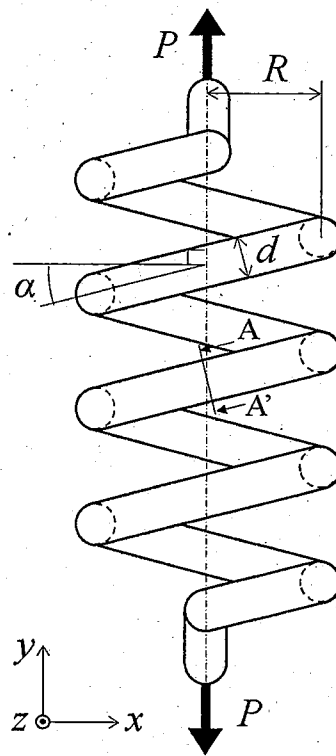


图 1-4

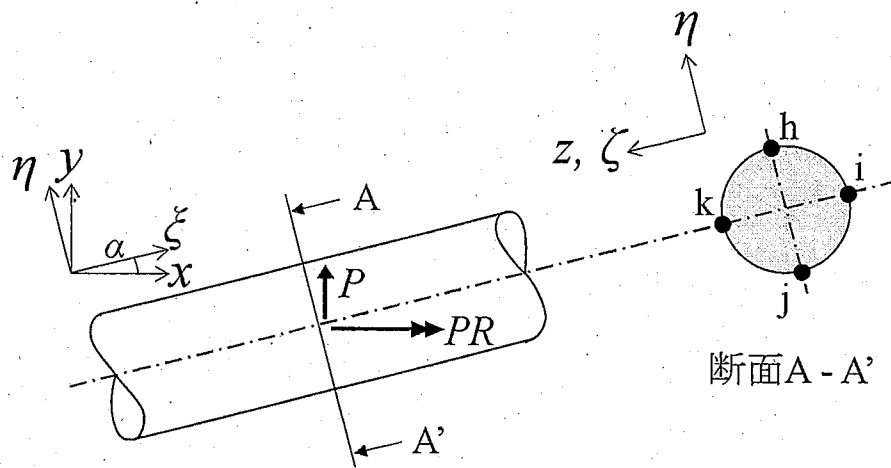


图 1-5

問題 2

下記の I, II の両方について解答せよ. なお, I の解答に答案用紙 1 枚を, II の解答に答案用紙 1 枚を, それぞれ用いること.

I. 図 2-1 に示すように, 水平面上で回転体 A は角速度 $\omega = \omega_0$ で回転しており, 回転体 B は静止している. 時刻 $t=0$ に一定の力 F で, B に A を接触させると, B は回り始める. A の半径は r_A , 回転軸に対する慣性モーメントは I_A とする. B の半径は r_B , 質量 m のおもり四つが回転軸から距離 r の同心円状に配置されており, 回転軸に対するおもり以外の部分の慣性モーメントは I_B とする. A と B が接触後に二つの回転軸の位置および力 F は変わらないとする. また, A と B が接する点の摩擦係数 μ は一定とし, それ以外の摩擦およびおもりの大きさは無視できるものとする. なお, A と B には外部からの駆動力は働かず, また r は r_0 で一定とする.

- (1) 四つのおもりを含めた B の回転軸に対する慣性モーメントを求めよ.
- (2) 時刻 t における A および B の角速度を求めよ.
- (3) 時刻 t_1 以降, A と B はすべりなく回転した. 時刻 t_1 を求めよ.

次に, A と B を外周に歯車がついた回転体 A' と回転体 B' に置き換える. A' と B' の両歯車のバックラッシュの影響は無視でき, 伝達効率は 100% とする. A' のピッチ円半径は r_A , 回転軸に対する慣性モーメントは A と同じとする. B' のピッチ円半径は r_B とし, 質量 m の四つのおもりがあること, および回転軸に対するおもり以外の部分の慣性モーメントは B と同じとする. 一定の速度で回転しているところ, A' には外からの力によりトルク脈動 $T \cos kt$ が加わる. ただし, $t \geq 0$, T と k は定数とする. この時, 回転軸からおもりまでの距離 r を時間に応じて変化させることで B' の角速度 $\omega_{B'}$ を一定に保つことができた. なお, おもりの大きさは無視でき, 四つのおもりは常に同心円状にあるとする.

- (4) B' のトルク脈動を求めよ.
- (5) r を求めよ. なお, $t=0$ の時, $r=r_0$ とする.

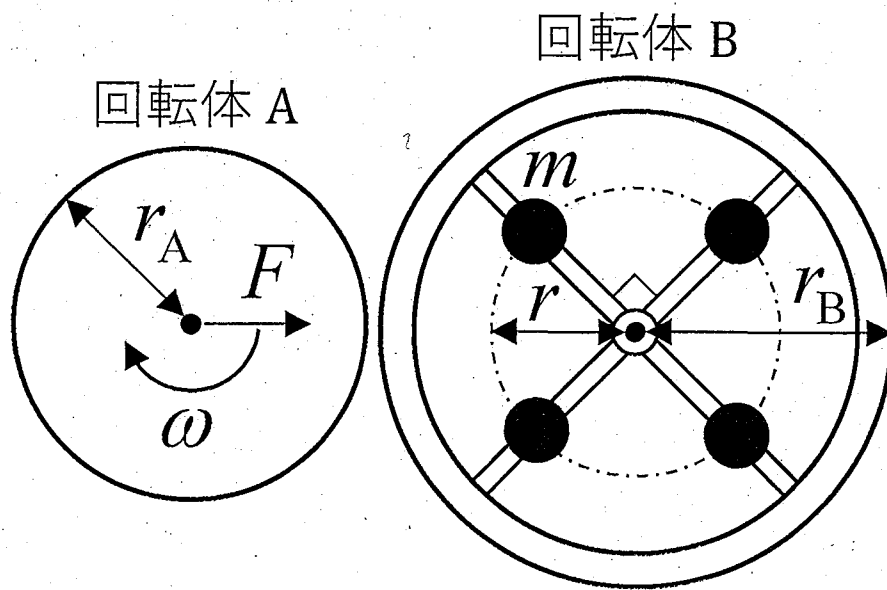


図 2-1

問題 2

II. 図 2-2 に示す閉ループ系を考える．ここで，プラント P の伝達関数は $P(s) = \frac{1}{(s+a)(s-b)}$ であり， $a > b > 0$ である．また，コントローラ C の伝達関数は $C(s) = k_p > 0$ (定数) である．なお， $R(s)$ ， $X(s)$ および $E(s)$ は，それぞれ，入力，出力，偏差のラプラス変換を表す．以下の設問に答えよ．

- (1) $P(s)$ のゲイン $|P(j\omega)|$ を求め，ゲイン線図を折れ線近似で図示せよ．
ゲイン線図には低周波領域でのゲインおよび折れ点周波数を記すこと．
- (2) 閉ループ系が安定となるための k_p の条件を導出せよ．また， $a = 5$ ， $b = 1$ とした時，閉ループ系の極が -1 ， -3 となる k_p を求めよ．
- (3) (2) で求めた k_p を用いて，閉ループ系の単位ステップ応答 $x(t)$ と定常状態における偏差 $e(\infty)$ を求めよ．

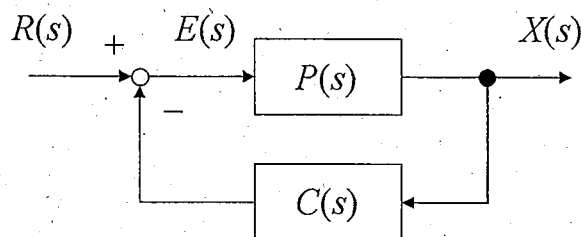


図 2-2

次に，図 2-3 に示す閉ループ系を構成した．なお， k_i は定数とする．

- (4) 入力 $R(s)$ から出力 $X(s)$ の伝達関数を示せ．
- (5) 閉ループ系が安定となるための k_p ， k_i の条件を導出せよ．
- (6) 閉ループ系が安定の場合，定常状態における偏差 $e(\infty)$ が 0 になることを示せ．

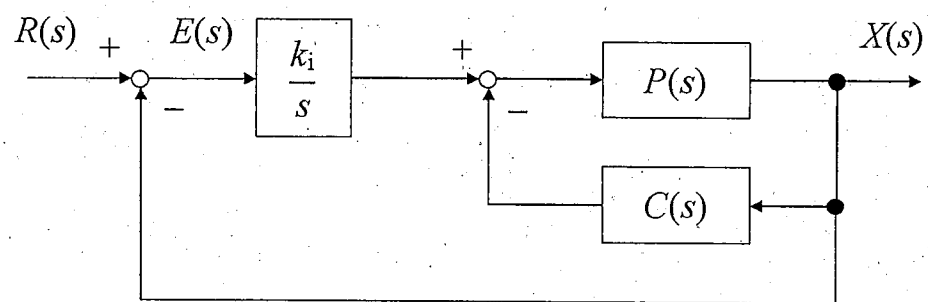


图 2-3

問題 3

下記の I, II の両方について解答せよ。なお, I の解答に答案用紙 1 枚を, II の解答に答案用紙 1 枚を, それぞれ用いること。

I. 押し出し加工は棒材, 管材, 形材等の様々な断面形状の製品を成形する加工法である。押し出し加工に関する以下の設問に答えよ。

- (1) 図 3-1(a) は典型的な丸棒材の直接押し出し法の概略図である。図 3-1(b) に示す押し出し加工の軸対称モデルを用いて, 押し出し荷重について考える。ただしビレット表面と工具(ダイおよびコンテナ)との摩擦は無視する。ビレットの直径を D_1 , 押し出し後の丸棒の直径を D_2 とする。このとき押し出し加工中のビレット内部の微小要素の z 方向の力のつり合い式は, 位置 z でのビレット半径を R として式(1)で与えられる。ここで押し出し方向応力 σ_z は半径 r 方向に一様であると仮定する。また Y はビレットの流動応力であり, 押し出し加工中に一定であるとする。

$$R \frac{d\sigma_z}{dR} = -2Y \quad (1)$$

またダイ出口の点 O ($z=0$) での押し出し方向応力は $\sigma_z=0$ とする。押し出し荷重 F を Y , D_1 , D_2 を用いて表せ。

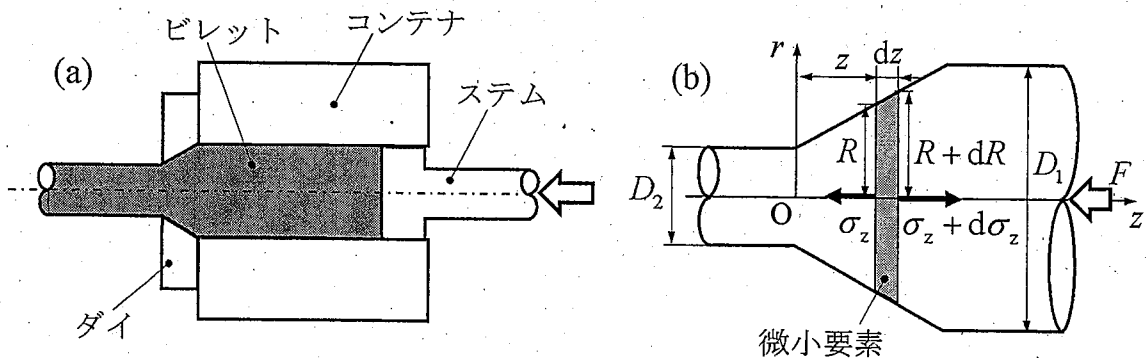


図 3-1

- (2) 押し出し加工における内半径 r_{in} , 外半径 r_{out} のコンテナの設計について考える。押し出し加工中に図 3-2 に示すようにコンテナの内表面にはビレットからの圧力 p_b が生じる。ただし圧力 p_b はコンテナの内表面に一様に分

布していると仮定する。またコンテナとビレット表面の摩擦は無視すると考える。コンテナに生じる周方向応力 σ_θ 、半径方向応力 σ_r は半径 r の関数で表されるものとする。 σ_θ および σ_r を、 p_b 、 r_{in} 、 r_{out} 、 r を用いて表せ、また σ_θ および σ_r の分布を、 r を横軸として図示せよ。

ただし図 3-3 に示す内圧 p_1 、外圧 p_2 が生じる厚肉円筒（内半径 r_1 、外半径 r_2 ）に発生する周方向応力 σ_θ および半径方向応力 σ_r は、半径 r の関数として式(2)で表されるものとする。

$$\sigma_r = C_1 - C_2 \frac{1}{r^2}, \quad \sigma_\theta = C_1 + C_2 \frac{1}{r^2} \quad (2)$$

$$\text{ただし } C_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad C_2 = \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} (p_1 - p_2)$$

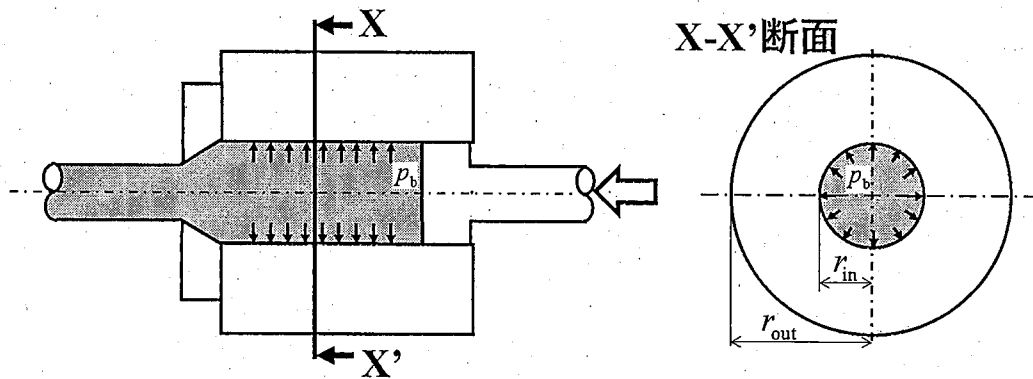


図 3-2

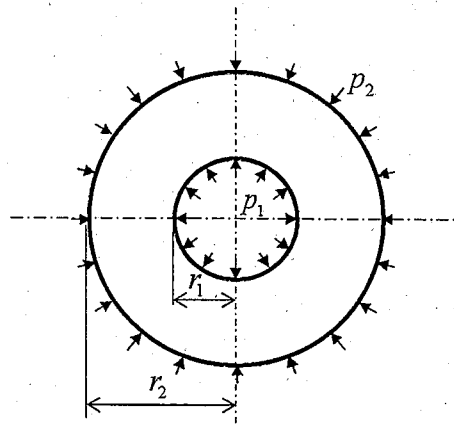


図 3-3

(3) 押出し加工におけるコンテナの寸法を決定するには、コンテナに生じる最大の周方向応力 σ_θ を材料の許容周方向応力 σ_{ai} より小さく抑えなければならない。コンテナの内表面に加えることができる最大圧力 p_{bmax} を σ_{ai} と r_{out}/r_{in} を用いて表せ。また求めた式から r_{out}/r_{in} の増加に伴う p_{bmax} の変化に着目することで、高圧を受けるコンテナの厚さを決めるときに注意すべき点を 100 文字以内で述べよ。

(4) 高圧力を伴う押出し加工では、コンテナの構造に対して組み合わせ円筒を適用する方法があげられる。

ここで組み合わせ円筒は、図 3-4 に示すように外筒 B の内径を内筒 A の外径よりも少し小さく作り、その外筒 B を膨張させて内筒 A を挿入して作る構造体のことである。作製した組み合わせ円筒の寸法については、内筒 A の内半径は r_a 、内筒 A の外半径と外筒 B の内半径は r_b と等しく、外筒 B の外半径は r_c となっている。組み合わせ円筒を作製した後、内筒 A と外筒 B の間には一様に分布した接触圧力 p_m が生じているとする。また内筒 A と外筒 B の接触面の摩擦は無視できるものとする。

このとき作製した組み合わせ円筒における内筒 A の内表面および外筒 B の内表面に作用する周方向応力 $\sigma_{\theta A}$ 、 $\sigma_{\theta B}$ をそれぞれ求めよ。ただし、 $r_a = 10 \text{ mm}$ 、 $r_b = 20 \text{ mm}$ 、 $r_c = 30 \text{ mm}$ 、 $p_m = 30 \text{ MPa}$ とする。

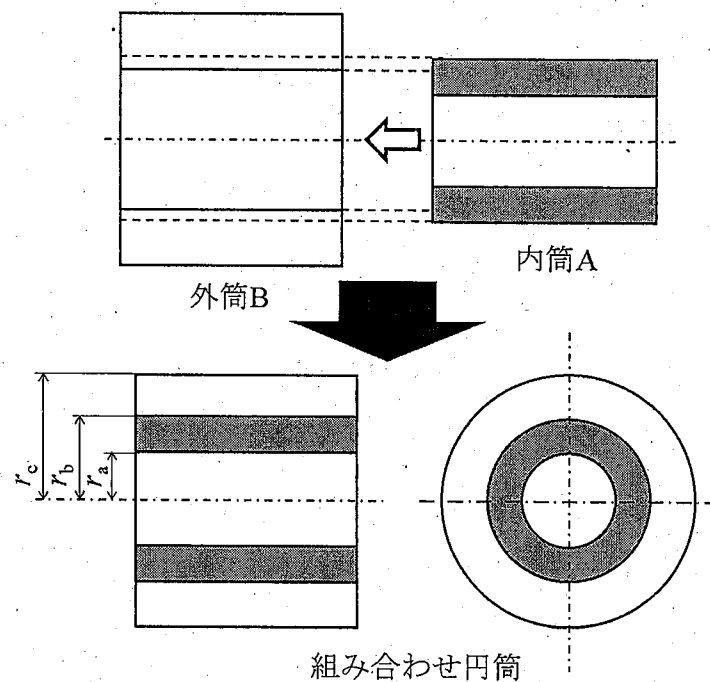


図 3-4

(5) 設問(4)で得られた組み合わせ円筒構造のコンテナの内筒 A の内表面に、押出し加工中のビレットからの圧力 $p_b = 400 \text{ MPa}$ が生じたとする。ただし圧力 p_b はコンテナの内表面に様に分布していると仮定する。またコンテナとビレット表面の摩擦は無視できるものとする。内筒 A の内表面に生じる周方向応力を求めよ。また求めた応力を、押出し加工中の単一円筒のコンテナ（内半径 10 mm, 外半径 30 mm）の内表面に生じる周方向応力と比べることによって、組み合わせ円筒のコンテナが高圧まで耐えることができる理由を 150 文字以内で述べよ。

(6) 実際の押出し加工ではビレット表面とコンテナの間に生じる摩擦を考える必要がある。図 3-5 は直接押出し加工におけるビレット内部の流動を、縞模様の変化で表した模式図である。直接押出し加工の問題点として、コンテナとビレット表面の間の摩擦抵抗によってビレットの中心部と外周部の流動に差が生じることが挙げられる。この問題を解決する方法として間接押出し加工が開発されている。間接押出し加工の概略を説明し、コンテナとビレットの間の摩擦抵抗を減らすことができる理由を 150 文字以内で述べよ。必要に応じて図を描いて補足説明して構わない。

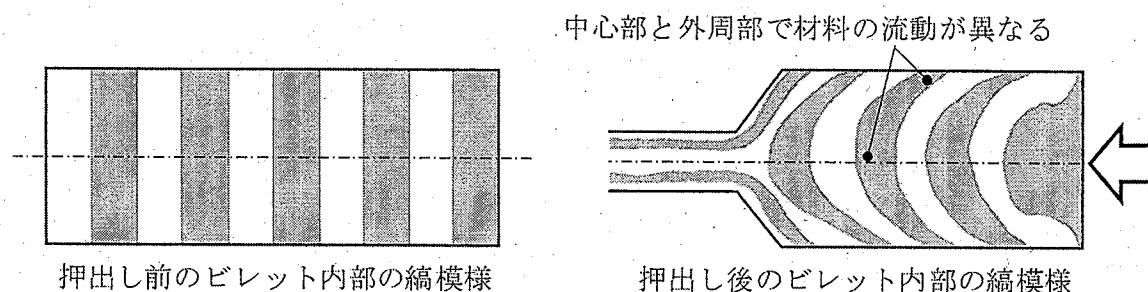


図 3-5

問題 3

II. 部品 X, Y からなるシステムの信頼性ブロック図を図 3-6 に示す. 図 3-6 中においては, X, Y を要素と呼ぶ. 図 3-6(a)は直列系と呼ばれ, 要素のうちのいずれかが故障した場合にシステムは機能しなくなる. 図 3-6(b)は並列系と呼ばれ, 全ての要素が故障した場合に限りシステムが機能しなくなる. 要素 i が故障していない確率を信頼度 r_i , 故障している確率を不信頼度 $1-r_i$ であらわす. このとき, n 個の要素からなる直列系のシステム全体の信頼度は,

$$R = \prod_{i=1}^n r_i$$
である.

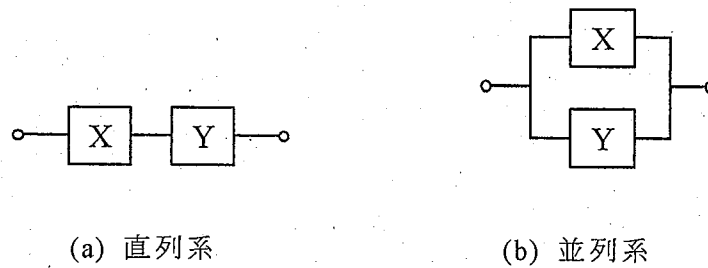


図 3-6 信頼性ブロック図

(1) n 個の要素からなる並列系の信頼度を示せ.

図 3-7 に, 直列系と並列系を組み合わせたシステム S1 と S2 の信頼性ブロック図を示す. 要素 a, b, c, d の信頼度は全て同じとし, r ($0 < r < 1$) であらわす.

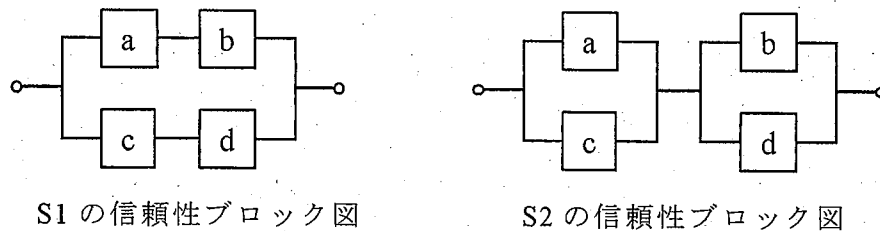


図 3-7

(2) 要素の信頼度 r によらず, システム S2 の方が S1 よりも信頼度が大きいことを示せ.

- (3) 図 3-7 の S1 と S2 の信頼度を，それぞれ R_1, R_2 としたとき，図 3-8 に示した信頼性ブロック図の信頼度を求めよ．ただし，要素 e の信頼度を r_e とする．

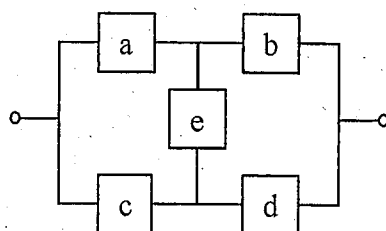


図 3-8

- (4) 部品 A, B, C, D, E をそれぞれ一つずつ含むシステム S3 を考える．S3 の信頼性ブロック図を図 3-9 に示す．図 3-7 のシステム S1 が機能しなくなる必要十分な条件は，a かつ c，または a かつ d，または b かつ c，または b かつ d が故障した場合である．これを，論理積の要素の集合として列挙し， $\{a, c\}\{a, d\}\{b, c\}\{b, d\}$ のように書く．これにならって，システム S3 が機能しなくなる必要十分な条件を示せ．

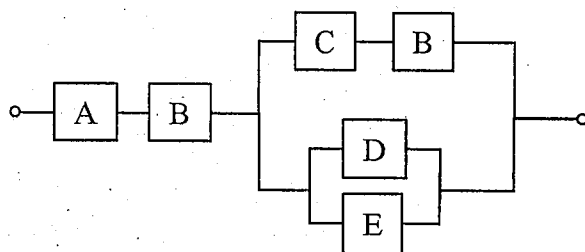


図 3-9 S3 の信頼性ブロック図

- (5) 図 3-9 の要素 A, B, C, D, E を一つずつ用いて，S3 の信頼度と同じとなるシステムの信頼性ブロック図を一つ示せ．
- (6) ある通信衛星システムは，通信用のアンテナ G，アンテナ駆動のための駆動モータ M，通信用の無線機 T1 と予備の無線機 T2，データの取得と各機器の制御のための一つの制御装置 L，および各機器へ電力供給用の一つの電源 P から構成されている．このシステムの信頼性ブロック図を一つ示せ．

(白紙)

FY2020 Department of Mechanical Engineering

Master Course Program Entrance Examination

“Mechanical Engineering” (Part 2)

2019/8/27 (Tuesday) 13:00 ~ 16:00

Instructions

1. Do not open the exam booklet until you are instructed to begin.
2. Answer all Questions in Problems 1, 2, and 3.
3. If you find some incomplete printing or collating, report them to the proctor.
4. Make sure that you have all 6 answer sheets. Let the proctor know otherwise.
5. Use 2 answer sheets for each Problem. If there are Questions I and II in a Problem, use one answer sheet for one Question. If there are Questions I, II and III in a Problem, follow the instruction at the top of the Problem. If the space on the front side of the answer sheet is not enough, you may also use the backside. If the space is still not enough, ask the proctor for an additional answer sheet.
6. On each answer sheet, write your examinee number (candidate number) and the Problem number in the designated boxes. If you fail to do so, the answer sheet may not be graded. Write “Mechanical Engineering (Part 2)” in “Subject”. Leave “(/ of)” blank unless you use an additional answer sheet for the Problem.
7. Answer sheets with symbols or signs that are not related to the answers may be judged invalid.
8. Hand in all the answer sheets even if you have not used them.
9. You are provided with 3 worksheets. Write your examinee number (candidate number) on the upper left corner of each worksheet.
10. Hand in all 3 worksheets even if you have not used them.
11. You may take home the exam booklet.

(Blank)

Problem 1

Answer both of following questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another answer sheet for Question II.

I. Consider the cantilever shown in Figure 1-1. Point A on the left end of the cantilever is taken as the origin of the x -axis, $x=0$. Length and Young's modulus of the beam are denoted by L and E , respectively. Force P is applied to the beam at point C, $x=a$, and the right end of the beam is fixed to the vertical rigid wall at point B. Answer the following questions, assuming that the beam is in an elastic state.

- (1) Obtain the bending moment $M(x)$ on cross-section at position x .
- (2) Obtain the deflection curve $v(x)$. Use I to denote the moment of inertia of area.
- (3) Express the maximum tensile stress of the beam by using h, b, P, L and a , when the cross-section of the beam is a rectangle and its height and width are h and b , respectively, as is shown in Figure 1-2. Show the position of maximum tensile stress by using x, y, z coordinates.

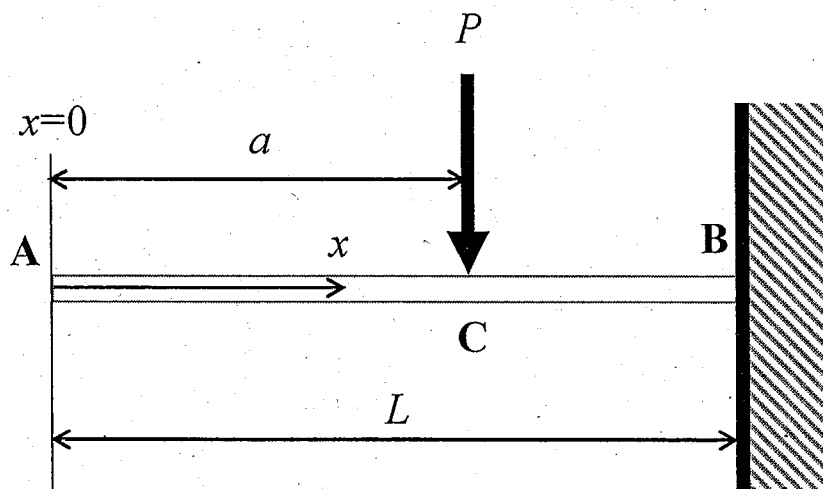


Figure 1-1

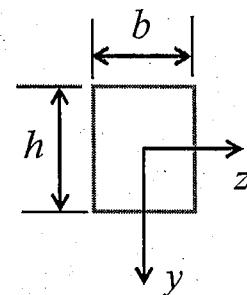


Figure 1-2

Next, the point A ($x=0$) is supported by the coil spring with the spring constant k as shown in Figure 1-3. The coil spring is connected to the

beam at point A and it is supported by the rigid floor at point D allowing free lateral movement. The force acting to the coil spring from the rigid floor is denoted by R_D . Before the force P is applied to the beam, the length of the coil spring is its natural length, and the force acting from the coil spring to the beam R_A is $R_A = 0$. The center line of the coil spring is perpendicular to the rigid floor, and it keeps perpendicular to the rigid floor after the force P is applied to the beam. The moment of inertia of area is denoted by I . Answer the following questions when the force P is applied to the beam and the system composed by the coil spring and the beam is in an equilibrium state.

(4) Obtain the bending moment $M(x)$ on cross-section at position x by using P, x, a and R_D .

(5) Express the force R_D of point D by using k, E, I, P, L and a .

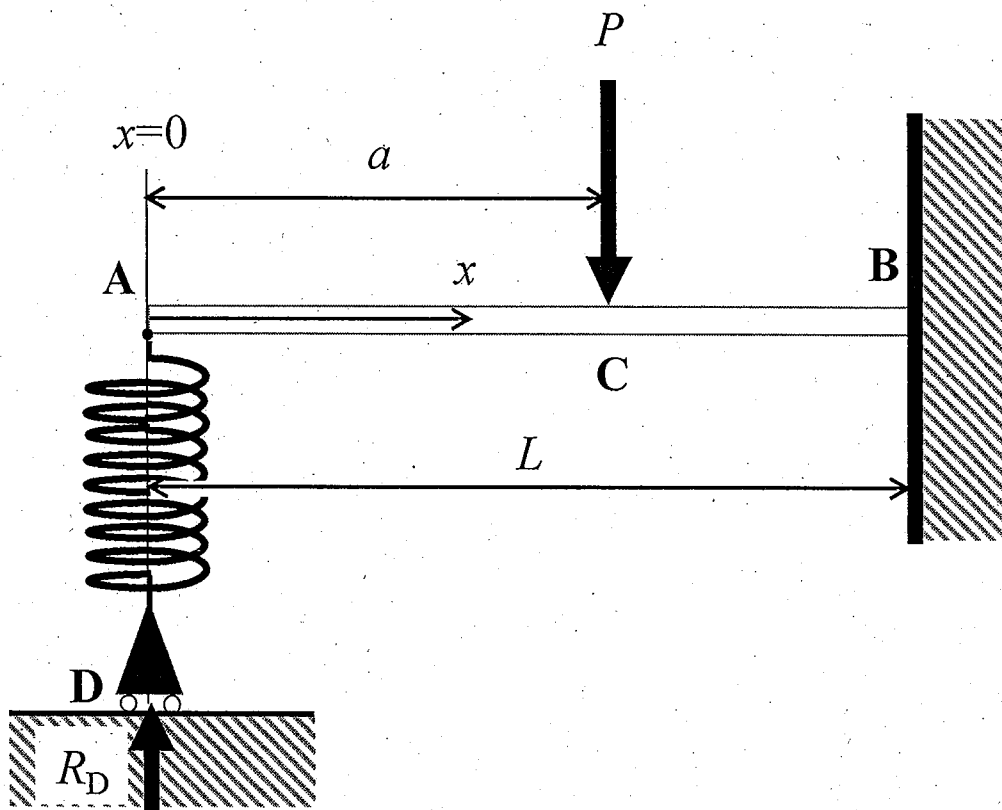


Figure 1-3

Problem 1

II. Consider a helical spring with a mean radius R and a pitch angle α as shown in Figure 1-4. The center axis of the helical spring lies parallel to the y axis and the helical spring is subjected to a tensile load P in the y direction. The wire of the helical spring is regarded as an isotropic linear-elastic body, and the cross-section of the wire is a circle of diameter d . The cross-section A-A' is defined normal to the wire at the point where z is maximum as shown in Figure 1-4. The local orthogonal coordinate system $\xi\eta\zeta$ at the cross-section A-A' is defined as a coordinate system rotated by the pitch angle α about the z axis in the xy plane from the xyz coordinate system. Figure 1-5 left is an enlarged view near the cross-section A-A', and right is a cross-section view of the cross-section A-A'. The internal force of magnitude P in the y direction and the internal moment of magnitude PR in the x direction act on the cross-section A-A'. On the cross-section A-A', η is maximum at the point h, ζ is minimum at the point i, η is minimum at the point j, and ζ is maximum at the point k as shown in Figure 1-5 right. Answer the following questions.

- (1) The internal force of magnitude P on the cross-section A-A' can be decomposed into shear force of magnitude S and axial force of magnitude N . Obtain S and N .
- (2) The internal moment of magnitude PR on the cross-section A-A' can be decomposed into torsional moment of magnitude T and bending moment of magnitude M . Obtain T and M .

In the following questions, stresses due to S and N are neglected, assuming that they are sufficiently smaller than stresses due to T and M considering the condition of $d/R \ll 1$.

- (3) Express normal stress $\sigma_{\xi\xi}$, and shear stresses $\tau_{\xi\eta}$ and $\tau_{\xi\zeta}$ at the points h and i by using T , M , d , I and I_p . Here, I is the moment of inertia of area of the wire, and I_p is the polar moment of inertia of area of the wire.

- (4) Express the first, the second and the third principal stresses σ_1 , σ_2 , and σ_3 at the points h and i by using T , M , d , I and I_p .
- (5) Choose the points where the first principal stress is maximum and minimum from the points h, i, j and k. Explain the reason in under 120 words.

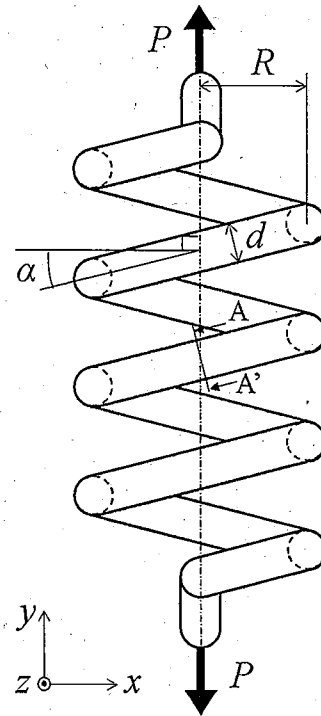


Figure 1-4

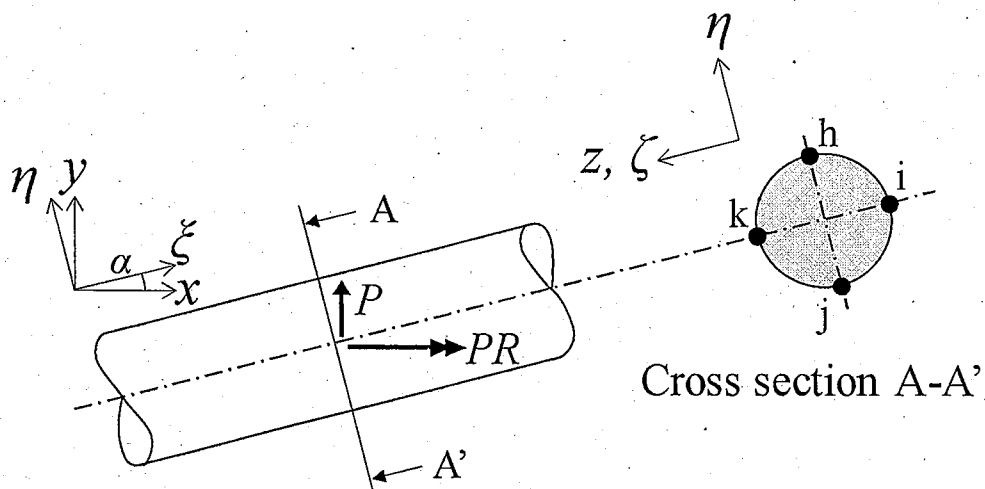


Figure 1-5

Problem 2

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another answer sheet for Question II.

I. A rotating body A is rotating at an angular velocity $\omega = \omega_0$ and another rotating body B remains stationary on the horizontal surface as shown in Figure 2-1. A is put into contact with B by the constant force F at the time $t=0$ and B starts rotating. A has a radius r_A and an inertia moment I_A about the rotational axis. B has a radius r_B and the four weights of mass m arranged in a concentric pattern at the distance r from the rotational axis. The inertia moment about the rotational axis of B without the four weights is I_B . The positions of the two rotational axes and the force F do not change after the contact of A and B. The friction coefficient μ at the point between A and B is assumed constant, and other frictions and the size of the weights are negligible. An external driving force is not added to the rotational bodies and r is constant at r_0 .

- (1) Derive the inertia moment of B including the four weights about the rotational axis.
- (2) Derive angular velocities of A and B at the time t .
- (3) A and B rotate without slipping after the time t_1 . Derive the time t_1 .

Next, A and B are replaced by the rotating bodies A' and B' having gears in their outer perimeters. The effect of backlash between A' and B' is negligible and the transfer efficiency is 100%. A' has a pitch circle radius r_A and its inertia moment is the same as A. B' has a pitch circle radius r_B and the same four weights of mass m . Its inertia moment about the rotational axis without the weights is the same as that of B. The torque pulsation $T \cos kt$, where $t \geq 0$, T and k are constants, is added to A' by an external force as the rotational bodies are rotating at constant speed. Then, the angular velocity ω_B of B' is kept to be constant by changing r depending on time, where the size of the weights is negligible and the four weights are assumed to be arranged in a concentric pattern.

- (4) Derive the torque pulsation of B' .
- (5) Derive r , where r is r_0 at $t=0$.

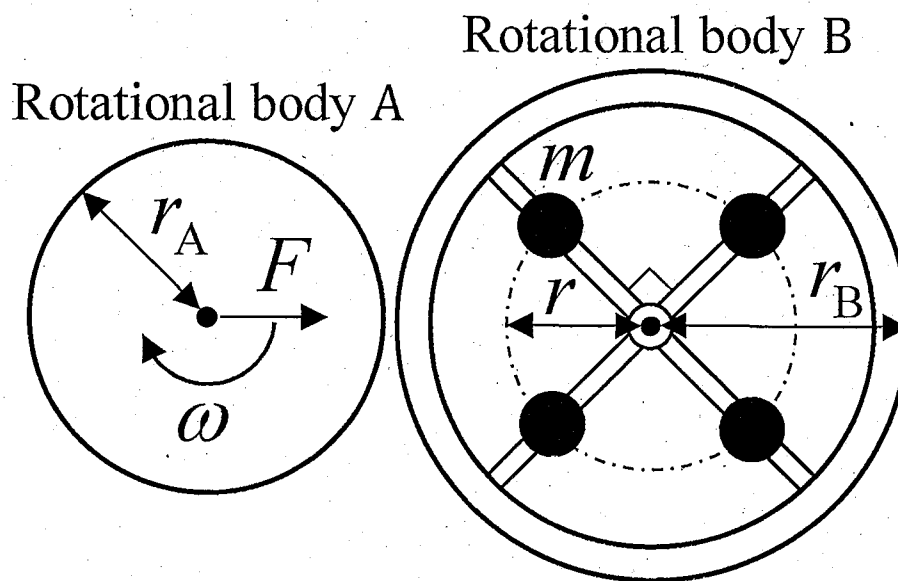


Figure 2-1

Problem 2

II. Consider the closed-loop system shown in Figure 2-2. The transfer function of the plant P is $P(s) = \frac{1}{(s+a)(s-b)}$, in which $a > b > 0$. The transfer function of the controller C is $C(s) = k_p > 0$ (constant). The symbols $R(s)$, $X(s)$ and $E(s)$ represent the Laplace transforms of the input, the output and the error, respectively. Answer the following questions.

- (1) Derive the gain $|P(j\omega)|$ of the plant $P(s)$. Draw the gain diagram by the line approximation, and write the gain in the low frequency and the cut-off frequency in the gain diagram.
- (2) Derive the condition on k_p to stabilize the closed-loop system. Find k_p so that the poles of the closed-loop system are -1 and -3 , when $a = 5$ and $b = 1$.
- (3) Using k_p obtained in Question (2), derive the step response $x(t)$ and the error $e(\infty)$ at the steady state of the closed-loop system.

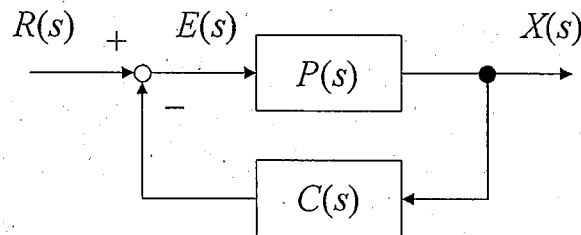


Figure 2-2

Next, the closed-loop system shown in Figure 2-3 is constructed. k_i is the constant.

- (4) Derive the transfer function from the input $R(s)$ to the output $X(s)$.
- (5) Derive the conditions on k_p and k_i to stabilize the closed-loop system.

- (6) In the case that the closed-loop system is stable, show that the error $e(\infty)$ at the steady state of the closed-loop system becomes 0.

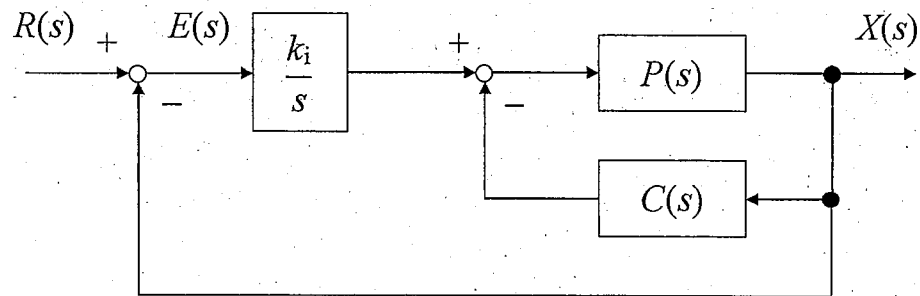


Figure 2-3

Problem 3

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another answer sheet for Question II.

I. The extrusion process is a method to manufacture metal products with various cross-sections such as rods, tubes and sections. Answer the following questions about the extrusion process.

- (1) Figure 3-1 (a) shows the schematic of a typical direct extrusion process for a rod. Consider the extrusion force using an axisymmetric model of the extrusion process as shown in Figure 3-1 (b). The friction between the billet surface and the tools (die and container) is neglected. Let the diameter of the billet be D_1 and the diameter of the rod after the extrusion be D_2 . The static equilibrium equation in the z direction of an infinitesimal element inside the billet during the extrusion is given by Equation (1)

$$R \frac{d\sigma_z}{dR} = -2Y \quad (1)$$

where R is the radius of the billet at the position z . It is assumed that the extrusion stress σ_z is uniform in the radial r direction. Y is the constant flow stress of the billet during the extrusion. Furthermore, the extrusion stress at the point O of the die exit ($z=0$) is $\sigma_z=0$. Express the extrusion force F using Y , D_1 and D_2 .

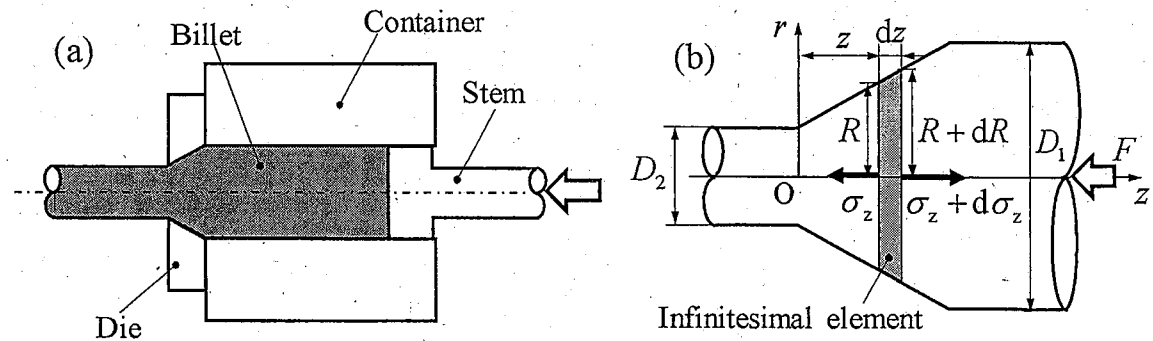


Figure 3-1

- (2) Consider designing the container with the inner radius r_{in} and the outer radius r_{out} in the extrusion process. The pressure from the billet p_b occurs on the inner surface of the container during the extrusion as shown in Figure 3-2. It is assumed that the pressure p_b is uniform on the inner surface of the container. The friction between billet surface and container is negligible. The hoop stress σ_θ and radial stress σ_r occurred in the container are functions of position r in the radial direction. Express σ_θ and σ_r using p_b , r_{in} , r_{out} and r . In addition, sketch the distribution of σ_θ and σ_r using graph with horizontal axis r

Here, the hoop stress σ_θ and radial stress σ_r occurred in the thick-walled cylinder (with inner radius r_1 and outer radius r_2) by the inner pressure p_1 and the outer pressure p_2 as shown in Figure 3-3 are expressed by the following set of Equations (2) with the position r in the radial direction.

$$\sigma_r = C_1 - C_2 \frac{1}{r^2}, \quad \sigma_\theta = C_1 + C_2 \frac{1}{r^2} \quad (2)$$

$$\text{here } C_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad C_2 = \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} (p_1 - p_2)$$

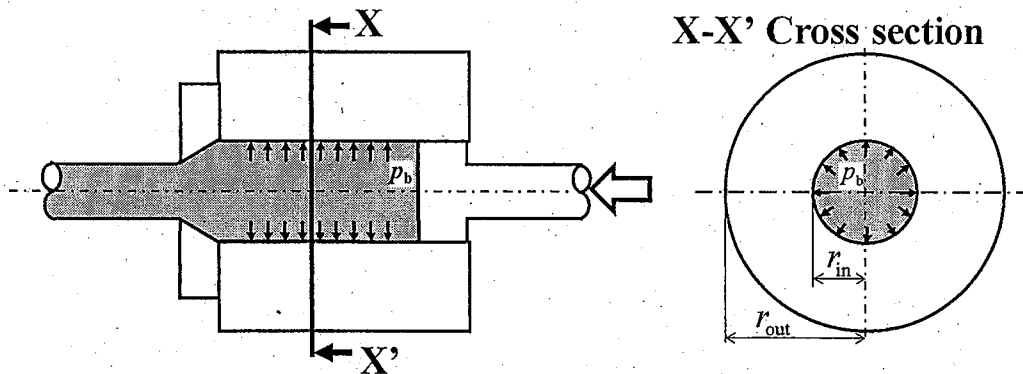


Figure 3-2

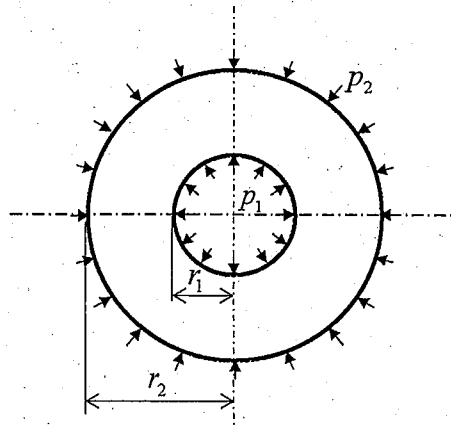


Figure 3-3

- (3) To determine the dimension of the container used in the extrusion process, it is required that the maximum hoop stress σ_{θ} occurred in the container must be smaller than the allowable hoop stress σ_{ai} . Express the maximum pressure p_{bmax} which can be applied on the inner surface of the container using σ_{ai} and r_{out}/r_{in} . In addition, explain within 60 words what point should be taken care of when deciding the thickness of a container submitted to high pressure by focusing on the change in p_{bmax} with increasing r_{out}/r_{in} ratio.
- (4) A compound cylinder structure is chosen for the container in the case of high pressure extrusion.

Here, the compound cylinder is a structure which is manufactured by the following methods as shown in Figure 3-4. The inner diameter of outer cylinder B is made slightly smaller than the outer diameter of the inner cylinder A, and the inner cylinder A is inserted into the expanded outer cylinder B. As for the dimensions of the manufactured compound cylinder, the inner radius of the inner cylinder A is r_a , the outer radius of the inner cylinder A and the inner radius of the outer cylinder B are equal to r_b , and the outer radius of the outer cylinder B is r_c . After manufacturing the compound cylinder, the contact pressure p_m occurs uniformly at the interface between the inner cylinder A and the outer cylinder B. The friction of the contact interface between the inner cylinder A and outer cylinder B is negligible.

Calculate the hoop stresses $\sigma_{\theta A}$ and $\sigma_{\theta B}$ at the inner surfaces on the inner cylinder A and the outer cylinder B in the manufactured compound cylinder, respectively. Here, use $r_a = 10$ mm, $r_b = 20$ mm, $r_c = 30$ mm and $p_m = 30$ MPa.

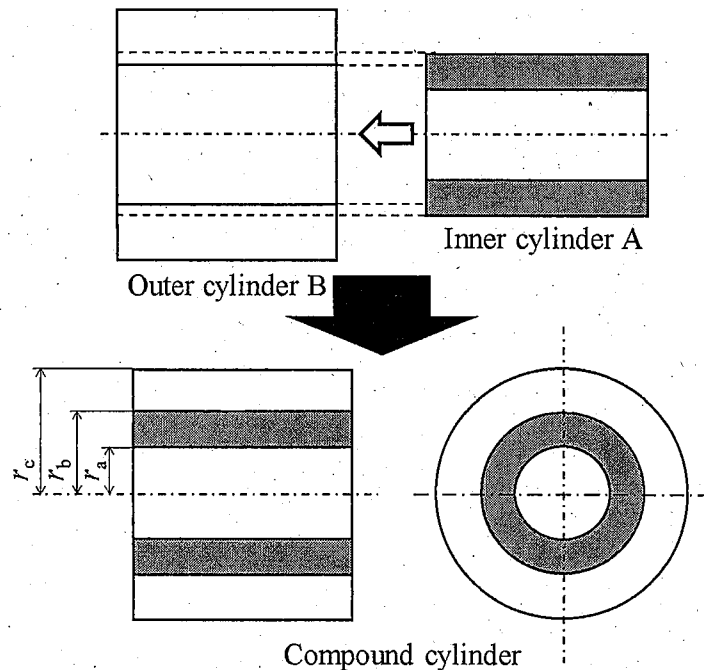


Figure 3-4

- (5) The pressure from the billet $p_b = 400$ MPa occurs during the extrusion process on the inner surface of the inner cylinder A of the container with compound cylinder structure considered in Question (4). It is assumed that the pressure p_b is uniform on the inner surface of the container. The friction between billet surface and container is negligible. Calculate the hoop stress on the inner surface of the inner cylinder A. In addition, explain within 90 words the reason why the compound cylinder structure can withstand high pressure from the billet during the extrusion process by comparing the obtained hoop stress of the compound cylinder with the hoop stress on the inner surface of a single cylinder with an inner radius of 10 mm and an outer radius of 30 mm.

- (6) During actual extrusion, it is necessary to consider the friction occurred between the billet surface and the container. Figure 3-5 schematically shows the material flow inside the billet by the change in stripe pattern obtained during the direct extrusion process. One problem of the direct extrusion process is that a difference in the material flow occurs between the center and the peripheral regions of the billet due to the friction between the billet surface and the container. In order to solve this problem, the indirect extrusion process was developed. Explain within 90 words the outline of indirect extrusion and the reason why the indirect extrusion process can reduce the friction between the billet surface and the container. If necessary, sketch the schematic for supplementary explanation.

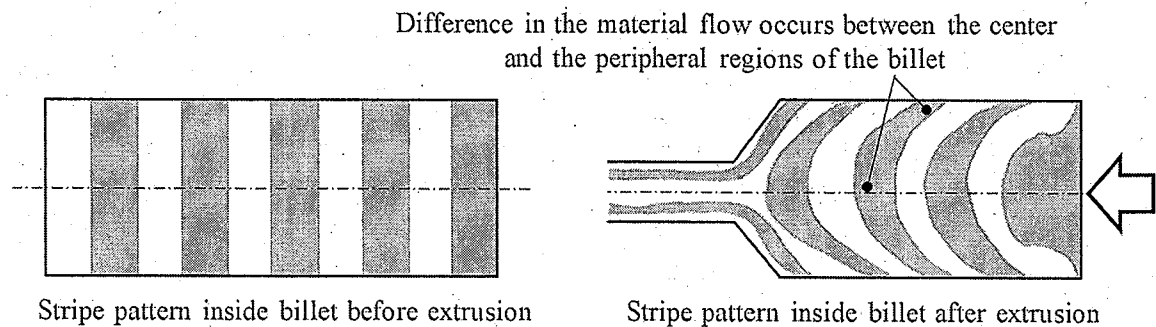


Figure 3-5

Problem 3

II. Figure 3-6 shows the reliability block diagrams of the two systems consisting of parts X and Y. X and Y in Figure 3-6 are called elements. Figure 3-6 (a) is called a series system, and the system will not function if one of the elements fails. Figure 3-6 (b) is called a parallel system, and the system will not function only if all elements fail. The probability of not causing a failure of element i is reliability r_i , and the probability of failure is unreliability $1-r_i$. The reliability of the series system of n elements is

$$R = \prod_{i=1}^n r_i$$

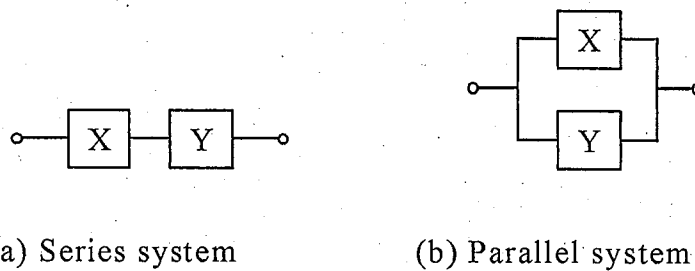
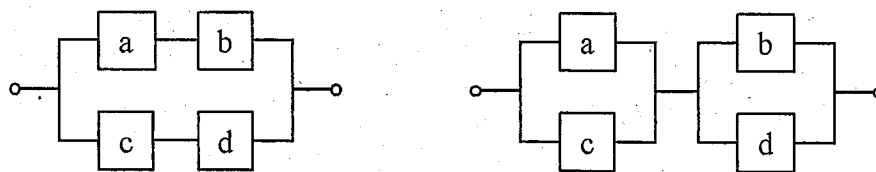


Figure 3-6 Reliability block diagram

- (1) Write the reliability of a parallel system of n elements.

Figure 3-7 shows the reliability block diagram of systems S1 and S2, combining series and parallel systems. The reliability of each of the elements a, b, c, and d is the same and is denoted by r ($0 < r < 1$).



Reliability block diagram of S1

Reliability block diagram of S2

Figure 3-7

- (2) Prove that system S2 is more reliable than S1 regardless of the reliability of the element r .

- (3) Find the reliability of the reliability block diagram shown in Figure 3-8 using the reliability R_1 and R_2 of S1 and S2 of Figure 3-7, respectively. Let the reliability of element e be r_e .

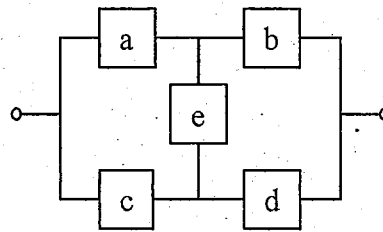


Figure 3-8

- (4) Consider the system S3 that includes one each of parts A, B, C, D and E. Figure 3-9 shows the reliability block diagram of S3. A necessary and sufficient situation for the system S1 of Figure 3-7 not functioning is when a and c, or a and d, or b and c, or b and d fail. This is listed as a set of conjunctive elements, and written as $\{a, c\} \{a, d\} \{b, c\} \{b, d\}$. Following this, show a necessary and sufficient situation that causes the system S3 not to function.

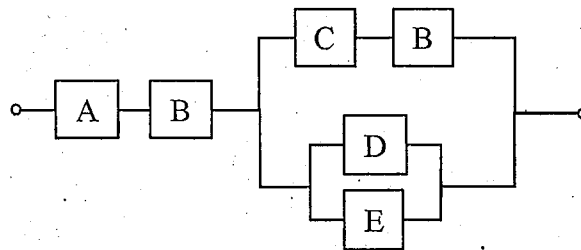


Figure 3-9 Reliability block diagram of S3

- (5) Using the elements A, B, C, D and E of Figure 3-9 one by one, draw a reliability block diagram of a system whose reliability is the same as S3.
- (6) A communication satellite system consists of an antenna G for communication, a motor M for driving the antenna, a radio T1 for communication and a spare radio T2, a controller L for acquiring data and controlling each device, and a power supply P for supplying power to each device. Draw a reliability block diagram of the system.

(Blank)