

2020年度機械工学専攻

大学院修士課程入学試験問題

「機械工学」(第1部)

試験日時：2019年8月27日(火) 9:00~11:00

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 問題は問題1から問題2までである。全問に解答すること。
3. 問題の落丁、乱丁、あるいは印刷不鮮明な箇所があれば申し出ること。
4. 答案用紙は4枚配付される。枚数を確認し、過不足があれば申し出ること。
5. 問題ごとに2枚の答案用紙を用いて解答すること。設問Ⅰ、Ⅱに分かれている問題は、設問ごとに1枚の答案用紙を用いて解答すること。設問Ⅲまでである場合は、問題冒頭の指示に従うこと。解答を表面で書ききれない時は、裏面にわたってもよい。なお、それでも解答するスペースが不足する場合は答案用紙を与えるので申し出ること。
6. 答案用紙の指定された箇所に、自分の受験番号、その答案用紙で解答する問題番号を記入すること。記入もれの場合は採点されないことがある。なお、科目名欄には「機械工学(第1部)」と記入すること。答案用紙の右端にある「 /of 」については、答案用紙を追加しない場合は空欄のままでよい。但し答案用紙を追加した場合は、問題ごとの枚数を記載する。
7. 解答に関係のない記号や符号を記入した答案は無効となることがある。
8. 答案用紙は、解答ができなかった分も含め、全てを提出すること。
9. 下書き用紙は2枚配付される。左上に自分の受験番号を記入すること。
10. 下書き用紙は、使用しなかった分も含め、2枚全部を提出すること。
11. 問題冊子は持ち帰ってよい。

(白紙)

問題 1

下記の I, II の両方について解答せよ。なお, I の解答に答案用紙 1 枚を, II の解答に答案用紙 1 枚を, それぞれ用いること。

I. 図 1-1 に示す往復圧縮機について考える。この圧縮機は, 圧力 p_1 , 温度 T_1 の気体を吸入して, 圧縮後に圧力 p_2 , 温度 T_2 の気体を排出する ($p_1 < p_2$)。シリンダの容積は, ピストンが上死点のとき V_{TDC} , 下死点のとき V_{BDC} であり, シリンダの内圧 p が p_1 以下では吸入弁が, p_2 以上では排出弁が開いており, その他の条件ではどちらの弁も閉じているとする。また, 全ての弁が閉じているときの作動流体の変化は可逆断熱過程であり, 弁が開いている期間のシリンダ内の圧力は, 弁とつながっているシリンダ外の空間の圧力と等しくなるとする。比熱比 κ , ガス定数 R が一定の理想気体を作動流体として, 以下の設問に答えよ。ただし, 作動流体の熱力学的状態は, 弁を通過する際には変化しない。また, 作動流体の流体力学的損失および摩擦損失は無視する。

- (1) この圧縮機の 1 サイクルの p - V 線図を描き, 気体の吸入, 圧縮, 排出に相当する過程を線図中に記入せよ。
- (2) ピストンの行程容積に対する吸入容積の比 (容積効率 η) を導出過程と共に示せ。
- (3) 1 サイクルの作動に要する仕事量を, V_{TDC} , V_{BDC} , p_1 , p_2 , κ , η を用いて, 導出過程と共に示せ。

次に, 図 1-2 に示すように, LPC, HPC から構成される二段ターボ型圧縮機を用いて, 圧力 p_1 , 温度 T_1 の気体を圧力 p_2 まで昇圧することを考える。一段目の圧縮機 LPC に取り込まれた作動流体は, 圧力 p_x まで可逆断熱圧縮される。その後, 作動流体は, 熱交換器により温度 T_1 の熱浴に単位質量あたり熱量 Q をわたして温度 T_x まで冷やされる。この熱交換において, 作動流体の圧力は一定である。最後に, 作動流体は, 二段目の圧縮機 HPC に流入して, 圧力 p_2 まで可逆断熱圧縮される。LPC と HPC の仕事の和は最小化されている。比熱比 κ , ガス定数 R が一定の理想気体を作動流体として, 以下の設問に答えよ。ただし, 作動流体の熱力学的状態は, 圧縮機の出入口を通過する際には変化しない。また, 作動流体の流体力学的損失および摩擦損失は無視する。

- (4) 圧縮機 HPC 入口の気体の温度 T_x を，導出過程と共に示せ．
- (5) 圧縮機 HPC 入口の気体の圧力 p_x と作動流体が熱交換器で熱交換した熱量 Q を，それぞれ導出過程と共に示せ．

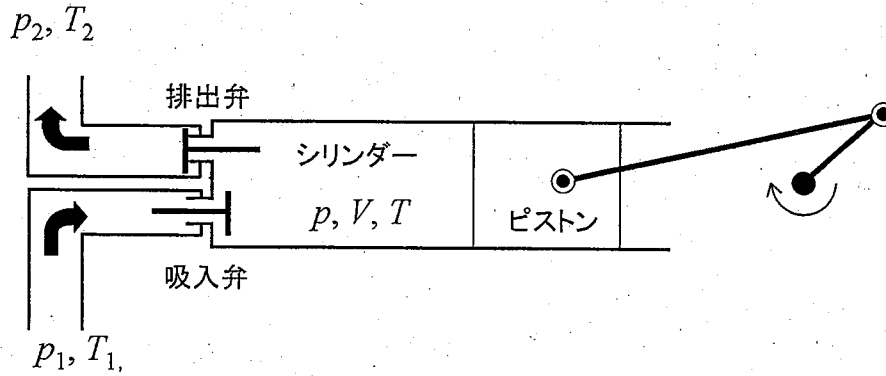


図 1-1

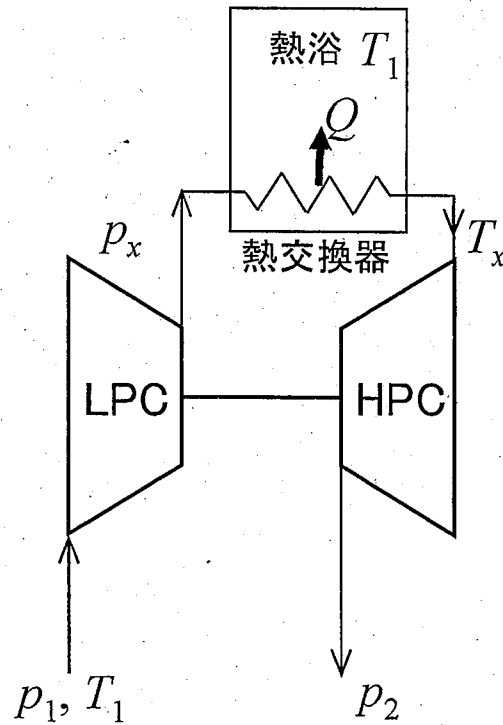


図 1-2

II. 図 1-3 に示すように、半径 r 、長さ l の均一な材料からなる金属細線の両端に電極を接続し、電極間の金属細線の電気抵抗を測ることでその熱伝導率 λ を計測することを考える。電極間に電流 I を流し、はじめ温度 T_0 であった金属細線を加熱したところ、金属細線内の温度分布が定常状態になった。 r は l に対して十分に小さいため、金属細線の半径方向の温度分布は一様であり、軸方向の温度分布 $T(x)$ は図 1-3 の x 軸方向の一次元熱伝導方程式で記述できる。ここで、図 1-3 のように金属細線の中央に x 軸の原点をとる。

この金属細線のある位置における電気抵抗率を ρ とすると、その位置の軸方向の微小長さ Δx における単位時間あたりの発熱量は $I^2 \rho \Delta x / (\pi r^2)$ で表される。ただし、熱伝導率 λ は温度に依存しない。また、電極の温度は T_0 に保たれており、ふく射の影響は無視する。

はじめに、 ρ が一定値 ρ_0 である場合を考える。以下の設問に答えよ。

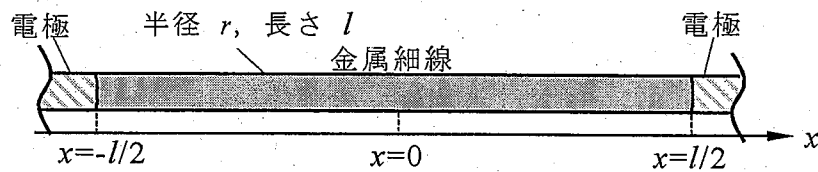


図 1-3

(1) この金属細線が真空中に置かれている場合を考える。 $T(x)$ が従う熱伝導方程式を記述せよ。また、この熱伝導方程式を解き、 $T(x)$ を求めよ。

(2) この金属細線が、バルク温度が T_0 の気体中に置かれている場合について考える。 $T(x)$ が従う熱伝導方程式を記述せよ。ただし、位置 x における金属細線表面から周囲気体への熱流束は、 $h\{T(x)-T_0\}$ で与えられる。ここで熱伝達率 h は一定値とする。

次に、この金属細線の電気抵抗率 ρ が $T(x)$ に依存し、式(1)で与えられる場合を考える。

$$\rho(T(x)) = \rho_0 [1 + \beta \{T(x) - T_0\}] \quad (1)$$

ここで、 β は正の定数である。以下の設問に答えよ。

(3)この金属細線が、バルク温度が T_0 の気体中に置かれている場合について考える。 $T(x)$ が従う熱伝導方程式を記述せよ。ただし、位置 x における金属細線表面から周囲気体への熱流束は、 $h\{T(x)-T_0\}$ で与えられる。ここで熱伝達率 h は一定値とする。

(4)設問(3)で求めた熱伝導方程式を解き、 $T(x)$ を求めよ。

(5)この金属細線が真空中に置かれている場合を考える。金属細線の電極間の電気抵抗 R は式(2)で与えられる。

$$R = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\rho}{\pi r^2} dx \quad (2)$$

$\frac{R-R_0}{R_0}$ を λ の関数として表せ。ここで、 $R_0 = \rho_0 l / (\pi r^2)$ である。

問題 2

図 2-1 に示すような、速度 U_∞ の一様な流れと平行に置かれた平板まわりの流れを考える。流れは定常・二次元・層流・非圧縮性流れであるとする。

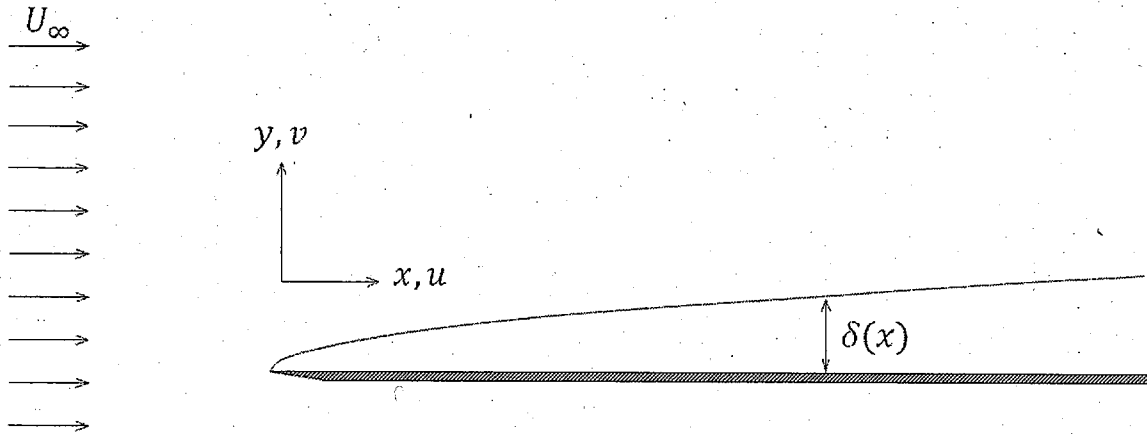


図 2-1

ここに、 $\delta(x)$ は平板の前縁からの距離 x における境界層の厚さであり、 δ は x に対して十分に小さいものと仮定する。一般に、二次元の定常非圧縮性流れは以下に示す、連続の式、およびナビエ・ストークス方程式により表される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

ここに、 x, y はそれぞれ平板と平行な座標軸、垂直な座標軸であり、座標軸の原点は平板の前縁（平板の左上の角）にとられている。 u, v はそれぞれ x 方向、および y 方向の流速成分であり、 p は圧力である。また、 ρ, ν はそれぞれ流体の密度、および動粘度であり、これらは一定の値であるものとする。以下の設問に答えよ。

(1) 上式の各項のうち、圧力勾配項を除く項のオーダーを δ , x , U_∞ および ν を用いて表せ。

(2) 設問(1)で得られた結果を用いて、平板まわりの境界層内の流れに対しては以下に示す方程式（平板の境界層方程式）が成り立つことを示せ。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

(3) 設問(2)に示した境界層方程式を用いて、壁面のごく近傍では速度 u は壁面からの距離 y の 1 次関数になることを示せ。

(4) 設問(1)で得られた結果を用いて、境界層厚さ δ と前縁からの距離 x との間に成立する関係を求めよ。

(5) 境界層が乱流に遷移した場合、前縁からの距離 x が同じ位置において、境界層厚さ δ は層流の場合と比較してどうなるか、理由と共に説明しなさい。

次に、図 2-2 に示すような検査体積を考える。 dx は検査体積の流れ方向の長さであり、上面 DC は境界層の厚さ δ よりも十分高い位置にとられている。検査体積の奥行き方向の長さは単位長さとする。 $\tau_w(x)$ は平板の上面に働く壁面せん断応力である。

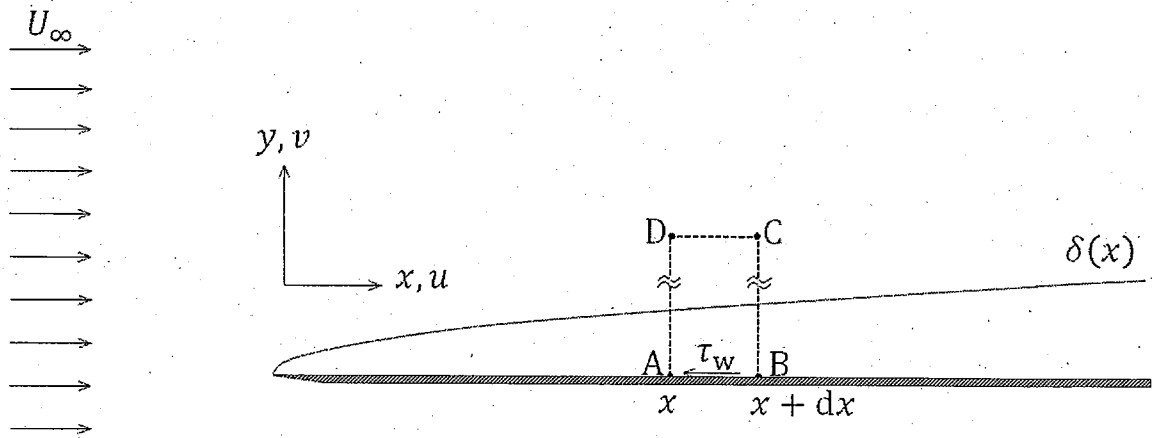


図 2-2

(6) 検査体積に対して質量の保存則を適用することにより，上面 DC を通って単位時間当たりに検査体積から流出する質量 m_{DC} を下記の式により定義される排除厚さ $\delta^*(x)$ を用いて表せ．

$$\delta^*(x) \equiv \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy$$

(7) 検査体積に対して運動量の保存則を適用することにより，せん断応力 $\tau_w(x)$ を下記の式により定義される運動量厚さ $\theta(x)$ を用いて表せ．

$$\theta(x) \equiv \int_0^\infty \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy$$

最後に，図 2-3 に示すように 2 枚の平板が距離 D を隔てて対向している場合を考える．2 枚の平板間の距離 D は境界層厚さ $\delta(x)$ の 2 倍よりも大きいものとする．2 枚の平板間に流入する（平板の影響は受けていない）主流速度，圧力をそれぞれ U_∞ ， P_∞ とする．

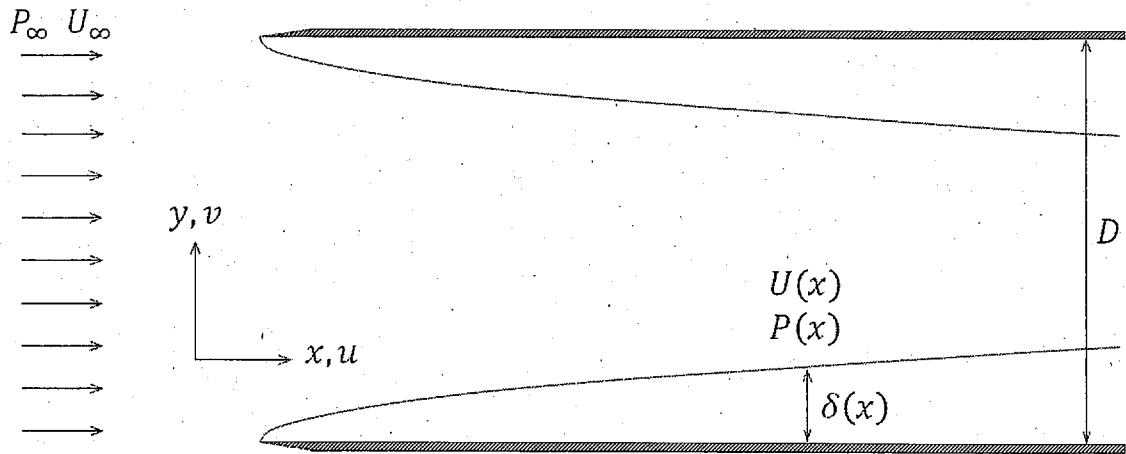


図 2-3

- (8) 2枚の平板間の流れの主流速度 $U(x)$ は上下の壁面の境界層の発達により増加する。2枚の平板の前縁からの距離 x の位置における主流速度 $U(x)$ を同位置における境界層の排除厚さ $\delta^*(x)$ 、2枚の平板間の距離 D 、および平板の影響を受けていない主流速度 U_∞ を用いて表せ。ただし、これ以降、境界層の排除厚さ $\delta^*(x)$ は次式により定義するものとする。

$$\delta^*(x) \equiv \int_0^D \left(1 - \frac{u}{U(x)}\right) dy$$

- (9) 平板の前縁からの距離 x の位置における圧力 $P(x)$ を同位置における境界層の排除厚さ $\delta^*(x)$ 、2枚の平板間の距離 D 、密度 ρ 、および平板の影響を受けていない主流速度 U_∞ ならびに圧力 P_∞ を用いて表せ。

- (10) 図 2-4 に示すような、下面 AB が平板の上面に接しており、また、上面 DC が 2枚の平板間の中心線に接している、主流方向の長さ dx の検査体積をとる。検査体積の奥行方向の長さは単位長さとする。検査体積に対して運動量の保存則を適用することにより、設問(8)、(9)の結果を用いて、壁面摩擦応力 $\tau_w(x)$ を境界層の排除厚さ $\delta^*(x)$ 、運動量厚さ $\theta(x)$ 、2枚の平板間の距離 D 、密度 ρ 、および平板の影響を受けていない主流速度 U_∞ を用いて表せ。ただし、運動量厚さ $\theta(x)$ は以下の式により定義するものとする。

$$\theta(x) \equiv \int_0^D \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy$$

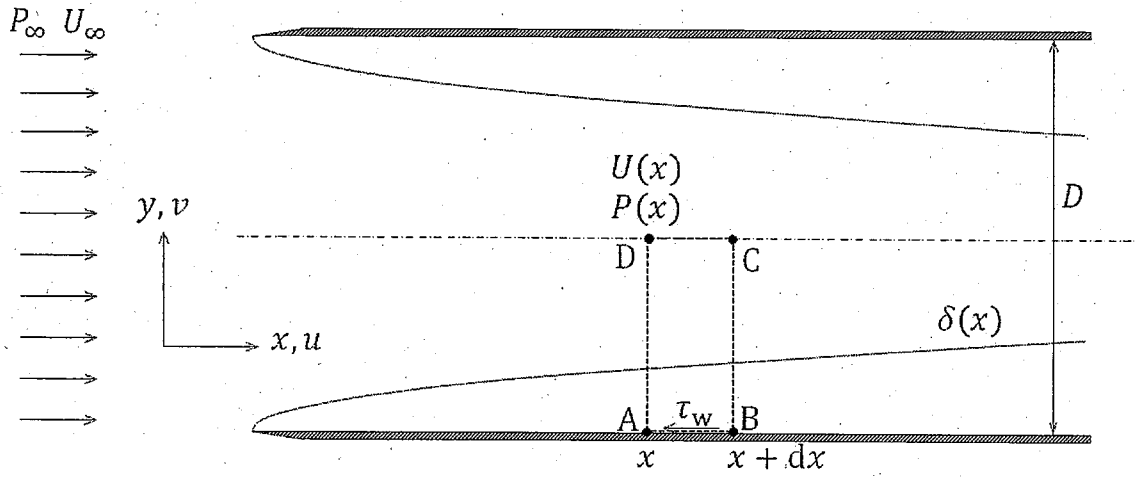


图 2-4

(白紙)

FY2020 Department of Mechanical Engineering

Master Course Program Entrance Examination

“Mechanical Engineering” (Part 1)

2019/8/27 (Tuesday) 9:00 ~ 11:00

Instructions

1. Do not open the exam booklet until you are instructed to begin.
2. Answer all Questions in Problems 1 and 2.
3. If you find some incomplete printing or collating, report them to the proctor.
4. Make sure that you have all 4 answer sheets. Let the proctor know otherwise.
5. Use 2 answer sheets for each Problem. If there are Questions I and II in a Problem, use one answer sheet for one Question. If there are Questions I, II and III in a Problem, follow the instruction at the top of the Problem. If the space on the front side of the answer sheet is not enough, you may also use the backside. If the space is still not enough, ask the proctor for an additional answer sheet.
6. On each answer sheet, write your examinee number (candidate number) and the Problem number in the designated boxes. If you fail to do so, the answer sheet may not be graded. Write “Mechanical Engineering (Part 1)” in “Subject”. Leave “(/ of)” blank unless you use an additional answer sheet for the Problem.
7. Answer sheets with symbols or signs that are not related to the answers may be judged invalid.
8. Hand in all the answer sheets even if you have not used them.
9. You are provided with 2 worksheets. Write your examinee number (candidate number) on the upper left corner of each worksheet.
10. Hand in both worksheets even if you have not used them.
11. You may take home the exam booklet.

(Blank)

Problem 1

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another answer sheet for Question II.

I. Consider a reciprocal compressor illustrated in Figure 1-1. This compressor takes in the ambient gas at temperature T_1 and pressure p_1 , and discharges the compressed gas at temperature T_2 and pressure p_2 ($p_1 < p_2$). The cylinder volume of the compressor is V_{TDC} when the piston is at its top dead center, and V_{BDC} when the piston is at its bottom dead center. The intake valve is open when the pressure in the cylinder is lower than or equal to p_1 , and the discharge valve is open when the pressure in the cylinder is higher than or equal to p_2 . Both valves are closed in other conditions. The processes in the compressor are reversible and adiabatic when both valves are closed. When the valve is open, the pressure in the cylinder is equal to the pressure of the space that connects to the open valve. Answer the following questions assuming that the working gas is an ideal gas with a constant ratio of the specific heats, κ , and a constant gas constant, R . The hydrodynamical loss and the friction loss are neglected. The thermodynamic state of the working gas does not change when the working gas flows through the valves.

- (1) Draw the p - V cycle diagram of this reciprocal compressor and indicate the intake, compression and discharge processes in the diagram.
- (2) Obtain the ratio of the intake volume to the swept volume (the volumetric efficiency η). Show the derivation process too.
- (3) Obtain the work that is required for a cycle, using V_{TDC} , V_{BDC} , p_1 , p_2 , κ and η . Show the derivation process too.

Next, consider compressing the gas at temperature T_1 from pressure p_1 to pressure p_2 using the two-stage turbo compressor that is composed of an LPC and an HPC as illustrated in Figure 1-2. The working fluid flowing into the first-stage compressor LPC is compressed to the

pressure p_x by a reversible and adiabatic process. After that, the working fluid gives the amount of heat Q per unit mass to the heat bath with the temperature T_1 using the heat exchanger, and is cooled to the temperature T_x . The pressure of the working fluid is constant in this heat exchanging process. Finally, the working fluid flows into the second-stage compressor HPC, and is compressed to the pressure p_2 by a reversible and adiabatic process. The sum of the work done in the LPC and the HPC is minimized. Answer the following questions assuming that the working gas is an ideal gas with a constant ratio of the specific heats, κ and a constant gas constant, R . The hydrodynamical loss and the friction loss are neglected. The thermodynamic state of the working gas does not change when the working gas flows through the inlet and the outlet of the compressors.

- (4) Obtain the inlet-gas temperature of the compressor HPC, T_x . Show the derivation process too.
- (5) Obtain the inlet-gas pressure of the compressor HPC, p_x and the amount of exchanged heat Q at the heat exchanger. Show the derivation process too.

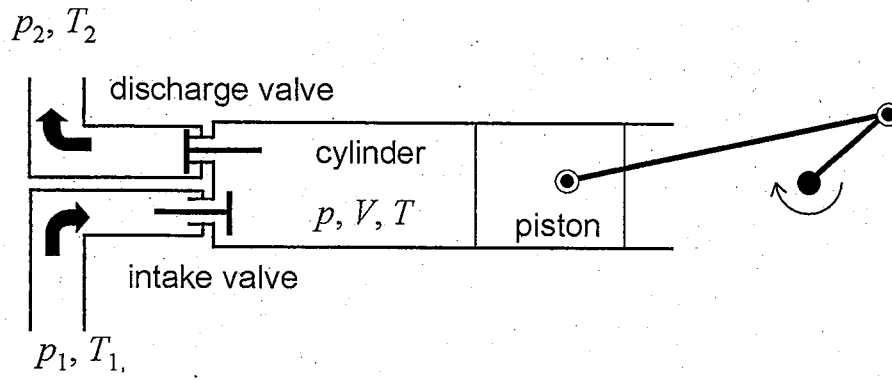


Figure 1-1

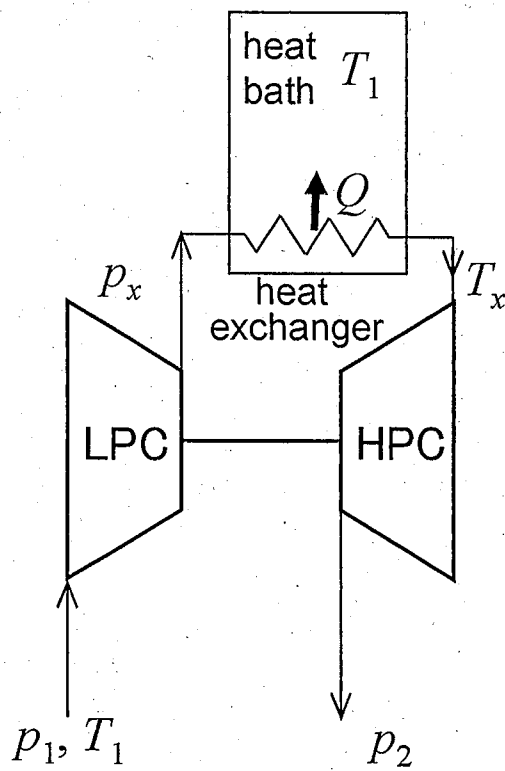


Figure 1-2

II. As shown in Figure 1-3, a metal wire made of homogenous material with a radius r and a length l is connected to electrodes at both ends. Consider the measurement of the thermal conductivity λ of the metal wire by measuring the electrical resistance of the metal wire between the electrodes. By applying an electric current I to the metal wire at initial temperature T_0 , the metal wire is heated, and the temperature distribution inside the metal wire reaches a steady state. Because r is sufficiently smaller than l , the radial temperature distribution of the metal wire is assumed to be uniform, and the axial temperature distribution $T(x)$ can be described by the one-dimensional heat conduction equation along the x -axis, as shown in Figure 1-3. Here, the origin of the x -axis is set at the center of the metal wire, as illustrated in Figure 1-3.

Defining ρ as the electrical resistivity of the metal wire at a certain position, $I^2 \rho \Delta x / (\pi r^2)$ is the heat generated per unit time in the infinitesimal length Δx along the axial direction at this position. Assume that the thermal conductivity λ does not depend on the temperature. The temperatures of electrodes are kept at the constant value T_0 , and thermal radiation is neglected.

First, consider the case where ρ is the constant value ρ_0 . Answer the following questions.

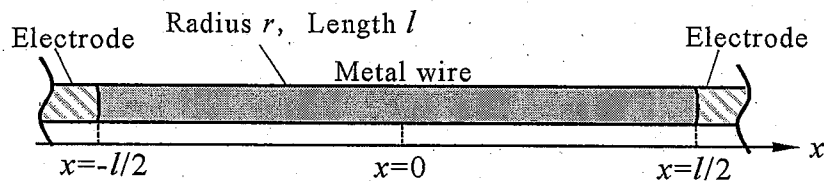


Figure 1-3

- (1) Consider that the metal wire is placed in vacuum. Describe the heat conduction equation of $T(x)$. Obtain $T(x)$ by solving the heat conduction equation.
- (2) Consider that the metal wire is placed in a gas of bulk temperature T_0 . Describe the heat conduction equation of $T(x)$. The heat flux from the metal wire surface to the surrounding gas at the position x is

given by $h\{T(x)-T_0\}$. Here, the heat transfer coefficient, h , is constant.

Next, consider that the electrical resistivity ρ of the metal wire is dependent on temperature $T(x)$ and is given by Equation (1).

$$\rho(T(x)) = \rho_0 [1 + \beta\{T(x) - T_0\}], \quad (1)$$

where β is a positive constant. Answer the following questions.

(3) Consider that the metal wire is placed in a gas of bulk temperature T_0 . Describe the heat conduction equation of $T(x)$. The heat flux from the metal wire surface to the surrounding gas at the position x is given by $h\{T(x)-T_0\}$. Here, the heat transfer coefficient, h , is constant.

(4) Obtain $T(x)$ by solving the heat conduction equation obtained in Question (3).

(5) Consider that the metal wire is placed in vacuum. The electrical resistance of the metal wire between electrodes, R , is given by Equation (2).

$$R = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\rho}{\pi r^2} dx \quad (2)$$

Express $\frac{R-R_0}{R_0}$ as a function of λ , where $R_0 = \rho_0 l / (\pi r^2)$.

Problem 2

As shown in Figure 2-1, consider the flow around a flat plate placed in parallel with a uniform flow with a velocity, U_∞ . The flow can be assumed to be a steady two-dimensional laminar incompressible flow.

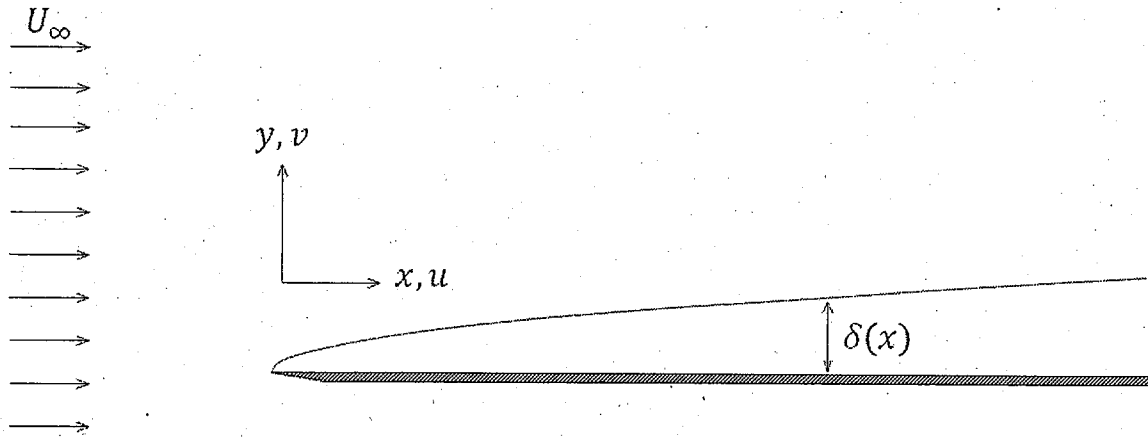


Figure 2-1

$\delta(x)$ is the thickness of the boundary layer at a distance x measured from the leading edge of the flat plate, and δ is assumed to be much smaller than x . In general, a two-dimensional steady incompressible flow can be represented by the following continuity equation and Navier-Stokes equations,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right),$$

where x , y denote the coordinates, respectively parallel to and normal to the flat plate. The origin of the coordinates is set at the leading edge of the

flat plate (upper left corner of the flat plate). u and v are the velocity components, respectively in the x and y directions, and p is the pressure. ρ and ν are the density and the kinematic viscosity, respectively, which can be assumed constant. Answer the following questions.

- (1) Express the order of each term except the pressure-gradient terms in the above equations by using δ , x , U_∞ , and ν .
- (2) By using the results that you obtained in Question (1), show that the following equations (flat-plate boundary-layer equations) hold for the flow in the boundary layer on a flat plate.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

- (3) By using the boundary-layer equations for a flat plate shown in Question (2), show that the velocity, u , is a linear function of the distance from the wall surface, y , very close to the wall.
- (4) By using the results that you obtained in Question (1), find the relation between the thickness of the boundary layer, δ and the distance from the leading edge, x .
- (5) Suppose that the boundary layer becomes turbulent. How does the thickness of the boundary layer, δ , compared with that for the laminar boundary layer at an identical distance x from the leading edge of the flat plate? Explain why.

Next, consider a control volume as shown in Figure 2-2. dx is the streamwise length of the control volume, and the top surface DC is set at a far higher position than the thickness of the boundary layer, δ . The depth of the control volume in the direction perpendicular to the x - y plane is the unit length. $\tau_w(x)$ is the wall shear stress that acts on the upper surface of the flat plate.

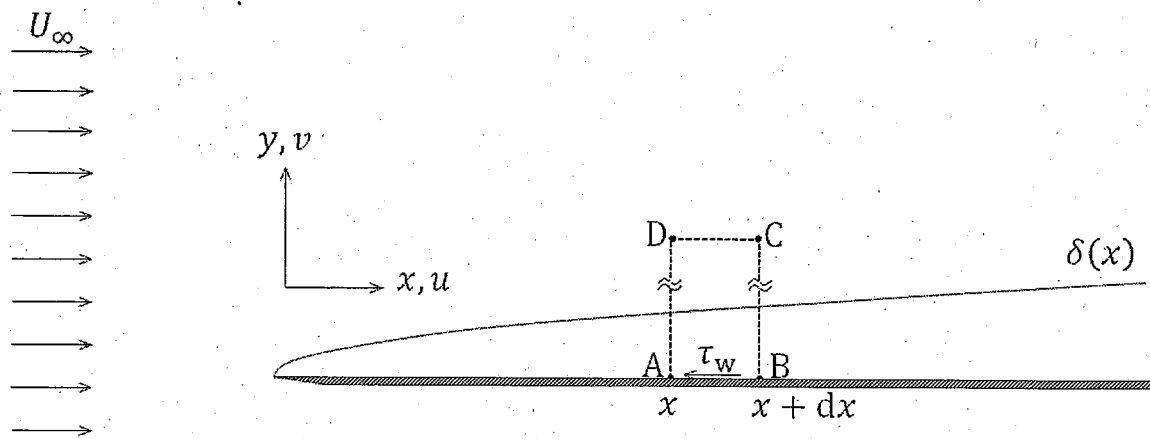


Figure 2-2

- (6) Apply the conservation of mass to the control volume, and represent the amount of mass that goes out of the control volume through the upper surface DC per unit time, m_{DC} , by using the displacement thickness $\delta^*(x)$ defined by the following equation.

$$\delta^*(x) \equiv \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy$$

- (7) Apply the conservation of momentum to the control volume, and represent the shear stress $\tau_w(x)$ by using the momentum thickness $\theta(x)$ defined by the following equation.

$$\theta(x) \equiv \int_0^\infty \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy$$

Lastly, as shown in Figure 2-3, consider the case where two flat plates are placed in parallel at a distance D . Assume that the distance between the two flat plates, D , is larger than twice the thickness of the boundary layers, $\delta(x)$. Let U_∞ and P_∞ , respectively be the velocity, and

the pressure of the main flow (not influenced by the two flat plates) that enters between the two flat plates.

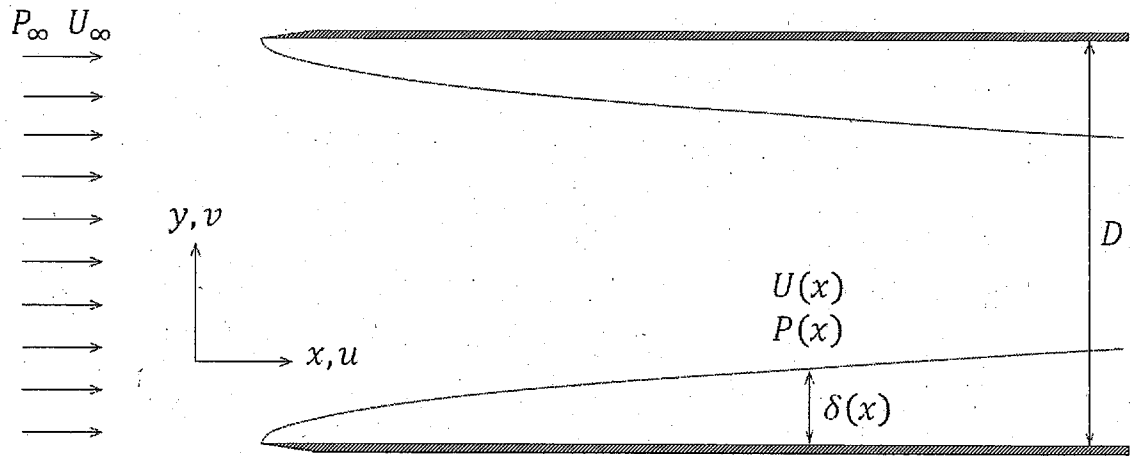


Figure 2-3

- (8) The main-flow velocity $U(x)$ between the two flat plates increases due to the development of the boundary layers on the top and bottom walls. Represent the main-flow velocity at a distance x from the leading edge of the two flat plates, $U(x)$, by using the displacement thickness of the boundary layers at the same position, $\delta^*(x)$, the distance between the two flat plates, D , and the main-flow velocity not subjected to the effects of the flat plates, U_∞ . Hereafter, the displacement thickness $\delta^*(x)$ is defined by the following equation.

$$\delta^*(x) \equiv \int_0^{\frac{D}{2}} \left(1 - \frac{u}{U(x)}\right) dy$$

- (9) Represent the pressure at a distance x from the leading edge of the flat plates, $P(x)$, by using the displacement thickness of the boundary layers at the same position, $\delta^*(x)$, the distance between the two flat plates, D , the density, ρ , and the main-flow velocity, U_∞ and the pressure, P_∞ not subjected to the effects of the flat plates.

(10) As shown in Figure 2-4, consider a control volume with its bottom surface AB placed on the upper surface of the flat plate, its top surface DC aligned with the centerline of the two flat plates, and a streamwise length of dx . The depth of the control volume in the direction perpendicular to the x - y plane is the unit length. By applying the conservation of momentum to the control volume and using the results of Questions (8) and (9), represent the shear stress $\tau_w(x)$ by using the displacement thickness $\delta^*(x)$ and the momentum thickness $\theta(x)$ of the boundary layers, the distance between the two flat plates D , the density ρ , and the main-flow velocity not subjected to the effects of the flat plates, U_∞ . Here, the momentum thickness $\theta(x)$ is defined by the following equation,

$$\theta(x) \equiv \int_0^{\delta^*} \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy$$

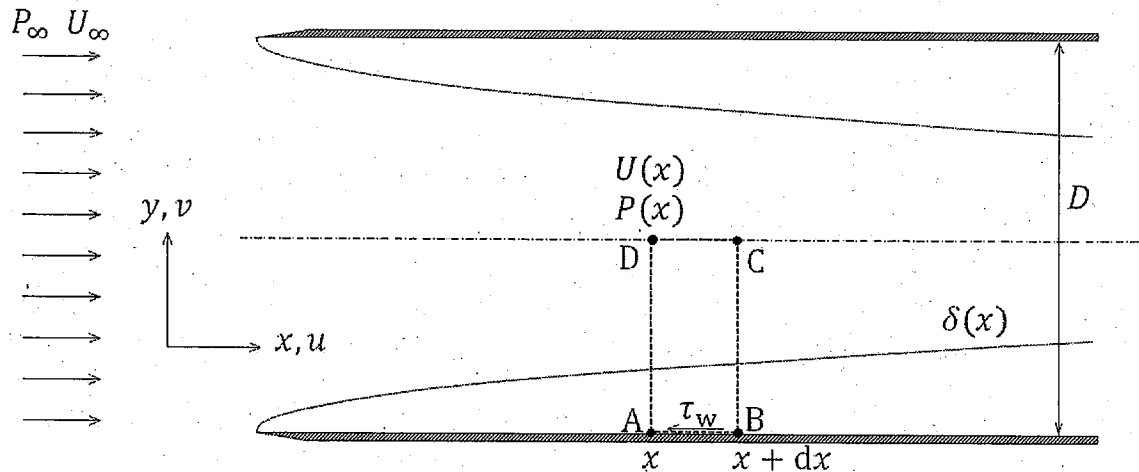


Figure 2-4

(Blank)