

平成30年度機械工学専攻  
大学院修士課程入学試験問題

「機械工学」(第2部)

試験日時：平成29年8月29日(火) 13:00~16:00

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 問題は問題1から問題3までである。全問に解答すること。
3. 問題の落丁、乱丁、あるいは印刷不鮮明な箇所があれば申し出ること。
4. 答案用紙は6枚配付される。枚数を確認し、過不足があれば申し出ること。
5. 問題ごとに2枚の答案用紙を用いて解答すること。設問Ⅰ、Ⅱに分かれている問題は、設問ごとに1枚の答案用紙を用いて解答すること。設問Ⅲまでである場合は、問題冒頭の指示に従うこと。解答を表面で書ききれない時は、裏面にわたってもよい。なお、それでも解答するスペースが不足する場合は答案用紙を与えるので申し出ること。
6. 答案用紙の指定された箇所に、自分の受験番号、その答案用紙で解答する問題番号を記入すること。記入もれの場合は採点されないことがある。なお、科目名欄には「機械工学(第2部)」と記入すること。答案用紙の右端にある「 / of」については、答案用紙を追加しない場合は空欄のままでもよい。但し答案用紙を追加した場合は、問題ごとの枚数を記載する。
7. 解答に関係のない記号や符号を記入した答案は無効となることがある。
8. 答案用紙は、解答ができなかった分も含め、全てを提出すること。
9. 下書き用紙は3枚配付される。左上に自分の受験番号を記入すること。
10. 下書き用紙は、使用しなかった分も含め、3枚全部を提出すること。
11. 問題冊子は持ち帰ってよい。

# FY2018 Department of Mechanical Engineering

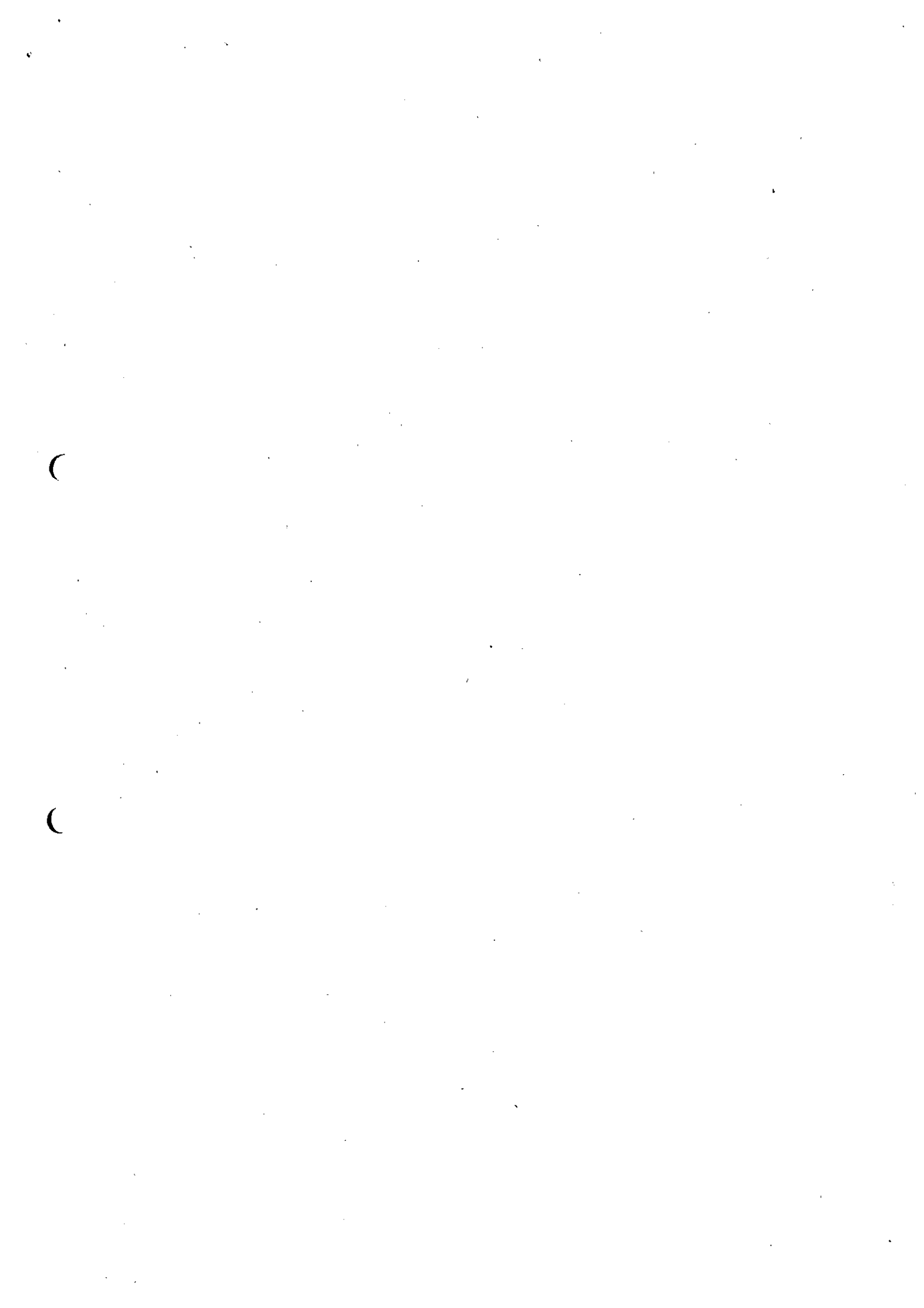
## Master Course Program Entrance Examination

### “Mechanical Engineering” (Part 2)

2017/8/29 (Tuesday) 13:00~16:00

#### Instructions

1. Do not open the exam booklet until you are instructed to begin.
2. Answer all Questions in Problems 1, 2, and 3.
3. If you find some incomplete printing or collating, report them to the proctor.
4. Make sure that you have all 6 answer sheets. Let the proctor know otherwise.
5. Use 2 answer sheets for each Problem. If there are Questions I and II in a Problem, use one answer sheet for one Question. If there are Questions I, II and III in a Problem, follow the instruction at the top of the Problem. If the space on the front side of the answer sheet is not enough, you may also use the backside. If the space is still not enough, ask the proctor for an additional answer sheet.
6. On each answer sheet, write your candidate number and the Problem number in the designated boxes. If you fail to do so, the answer sheet may not be graded. Write “Mechanical Engineering (Part 2)” in “Subject”. Leave “( /of)” blank unless you use an additional answer sheet for the Problem.
7. Answer sheets with symbols and signs that are not related the answers may be judged invalid.
8. Hand in all the answer sheets even if you have not used them.
9. You are provided with 3 worksheets. Write your registration number on the upper left corner of each worksheet.
10. Hand in all 3 worksheets even if you have not used them.
11. You may take home the exam booklet.



## 問題 1

下記の I, II の両方について解答せよ。I の解答に答案用紙 1 枚を, II の解答に答案用紙 1 枚を, それぞれ用いること。

I. 図 1-1 に示すように, 下端が薄肉半球殻となっている薄肉円筒容器の上端を壁面に固定した。壁面は剛体とみなしてよく, その表面は水平である。容器はその中心軸が鉛直となるように壁面に固定されている。中心軸に沿って  $x$  軸を鉛直上向きに設定する。容器の中心軸と直胴部下端面の交点を  $x$  軸の原点  $O$  とする。直胴部および半球殻部とも内半径  $r$ , 厚さは  $t$  である。直胴部長さは  $L (> r)$  である。内半径  $r$  に比して厚さ  $t$  は十分小さい。容器の質量密度を  $d$  とし, 重力加速度を  $g$  として以下の設問に答えよ。

- (1) 直胴部 ( $0 \leq x \leq L$ ) に生じる応力成分の分布を  $x$  を用いて表せ。
- (2) 図 1-2 に示すように, 容器内部に  $x = h$  の高さまで質量密度  $m$  の液体を注入した。直胴部 ( $0 \leq x \leq L$ ) に生じる応力成分の分布を  $x$  を用いて表せ。
- (3) 容器内部を質量密度  $m$  の液体で  $x = L$  まで完全に満たした。容器が破壊しないための, 厚さ  $t$  の最小値を答えよ。なお, 容器直胴部の最大主応力が  $\sigma_b$  を超えたときに破壊が発生するものとする。容器は自重のみでは破壊せず, また半球殻部 ( $x < 0$ ) では破壊は発生しないものとする。

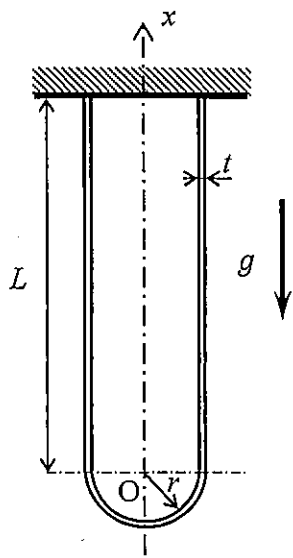


图 1-1

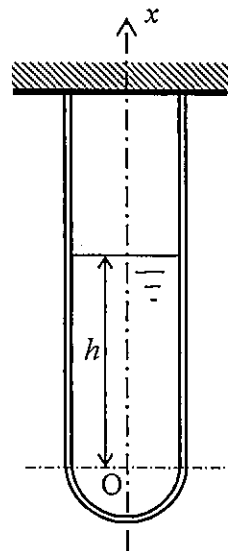


图 1-2

II. 図 1-3 および図 1-4 に示すように、D 端で固定支持、B 端で移動支持されている長さ  $L$  のはり BCD、および A 端で固定支持され C 点ではり BCD に支えられている長さ  $S$  のはり AC がある。はり AC は等分布荷重  $q$  を受けているとする。C 点において、はり AC とはり BCD が互いに力  $R_c$  を及ぼしている。はり AC とはり BCD の曲げ剛性は  $EI$  とする。以下の設問に答えよ。

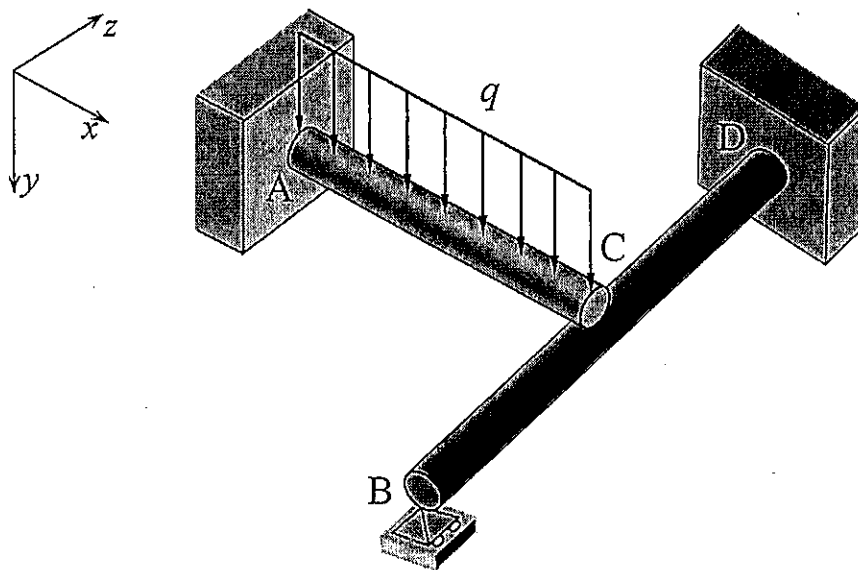


図 1-3

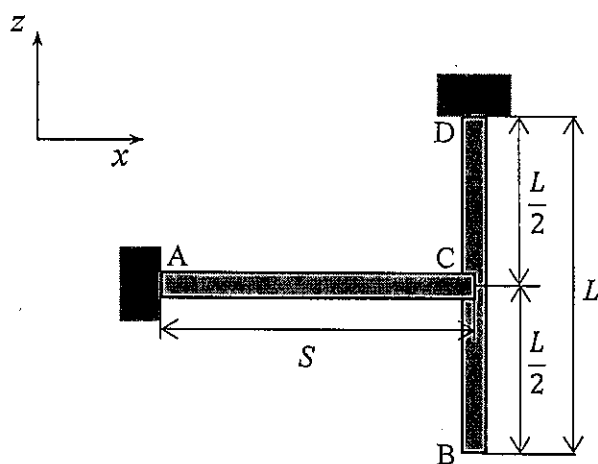


図 1-4

- (1) はり AC の点 C のたわみ  $\delta_{AC}$  を,  $R_c, q, S$  および  $EI$  を用いて表せ.
- (2) はり BCD の点 C のたわみ  $\delta_{BCD}$  を  $R_c, L$  および  $EI$  を用いて表せ.
- (3)  $R_c$  を  $q, S, L$  を用いて表せ.
- (4) はり BCD のたわみが最大になる位置 (点 B からの距離) と, そこでのたわみを求めよ.

問題 2

下記の I, II, III のすべてについて解答せよ。なお、I および II の解答に答案用紙 1 枚を、III の解答に答案用紙 1 枚を、それぞれ用いること。

- I. 図 2-1 に示すように、半径  $r$ 、長さ  $l$ 、密度  $\rho$  の中実の丸棒が、断面が半径  $R (> r)$  の半円の溝内面を滑ることなく転がり、溝の中心軸  $O$  まわりに揺動運動している。溝の中心軸  $O$  まわりの揺動角を  $\theta$ 、丸棒の重心  $O'$  まわりの回転角を  $\phi$ 、重力加速度を  $g$  とする。なお、揺動角  $\theta$  は微小であるとする。以下の設問に答えよ。

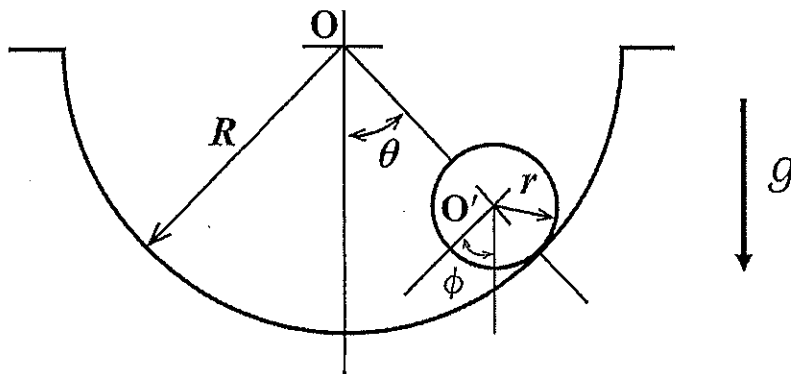


図 2-1

- (1) 慣性モーメントの定義に従い、この丸棒の慣性モーメントを丸棒の質量  $m (= \rho \pi r^2 l)$  を用いて表せ。
- (2) 丸棒の運動エネルギーを求めよ。
- (3) 丸棒のポテンシャルエネルギーを求めよ。なお、 $\theta$  が微小なときには、 $\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \theta^2$  の近似が成り立つものとする。
- (4) 幾何学的関係から、 $\theta$  と  $\phi$  の間の関係式を求めよ。
- (5) 運動エネルギーの最大値とポテンシャルエネルギーの最大値が等しいことを利用して、丸棒の揺動運動の固有角振動数を求めよ。



II. 減衰と外力が作用する 1 自由度振動系は、以下の運動方程式で記述できる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (1)$$

ここで、 $m$ ,  $c$ ,  $k$ ,  $F$ ,  $x$  は、それぞれ質量、減衰係数、ばね定数、外力、変位を表す。

(1) 式(1)の両辺に速度を乗じ、振動の 1 周期  $T$  にわたりエネルギー積分を実行することで、1 周期あたりの全エネルギー (= 運動エネルギー + ポテンシャルエネルギー) が、外力仕事と減衰力仕事によって表せることを示せ。

(2) 外力が以下の式(2)で与えられる場合を考える。

$$F = c_0 \dot{x} \quad (2)$$

ここで、 $c_0$  は定数である。系が不安定であるときは振動のサイクルごとに全エネルギーが増加する。このことに基づいて、系が不安定となる条件を導出せよ。

III. 図 2-2 に示す 3 輪車両の  $xy$  平面上の運動を考える. 前輪は滑ることなく駆動力を発生し, その操舵軸は車両の中心線  $C-C'$  上にある. 後輪と地面の間の摩擦力は無視でき, 後輪は操舵も駆動もしない. 車両は  $x$  軸方向の速度に比例した抵抗力を受ける. このとき, 車両の運動方程式は以下ようになる.

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F \cos(\delta + \theta) - c\dot{x} \\ m\ddot{y} = F \sin(\delta + \theta) \\ J\ddot{\theta} = lF \sin \delta \end{cases}$$

ただし, 車両の質量を  $m$ , 重心軸まわりの慣性モーメントを  $J$ , 抵抗係数を  $c$ , 重心と前輪との距離を  $l$ ,  $x$  軸方向の変位を  $x$ ,  $y$  軸方向の変位を  $y$ ,  $x$  軸に対する車両のヨ一角を  $\theta$ , 操舵角を  $\delta$ , 駆動力を  $F$  とする. 車輪の質量は無視する. ヨ一角  $\theta$ , 操舵角  $\delta$  が微小なとき, 運動方程式は以下のように線形化できる.

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F - c\dot{x} \\ m\ddot{y} = F(\delta + \theta) \\ J\ddot{\theta} = lF\delta \end{cases}$$

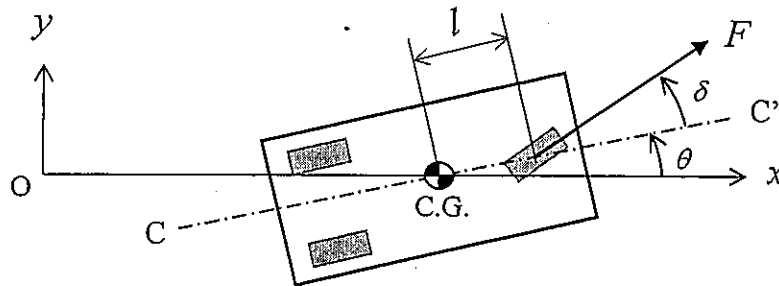


図 2-2

以下の設問に答えよ.

速度  $\dot{x}$  の制御を行うため、駆動力  $F$  を以下のように決める。

$$F = a(v - \dot{x})$$

ここで、 $v$  は  $\dot{x}$  の目標値、 $a$  は定数である。なお、このとき  $y = 0$ 、 $\theta = 0$ 、 $\delta = 0$  と考えよ。

(1) 目標値  $v$  から速度  $\dot{x}$  までの伝達関数を求め、系を安定にする  $a$  の条件を求めよ。

(2) 系が安定な場合を考える。目標値  $v$  が単位ステップ関数であったとき、目標値  $v$  と速度  $\dot{x}$  の間に定常偏差が生じるかどうか、判定せよ。

続いて、図 2-3 に示すように、変位  $y$  を制御するために、操舵角  $\delta$  を以下のように定める。

$$\delta = b(r - y)$$

ここで、 $r$  は変位  $y$  の目標値であり、 $b$  は定数である。なお、駆動力  $F$  は一定であり、制御された系は安定とする。

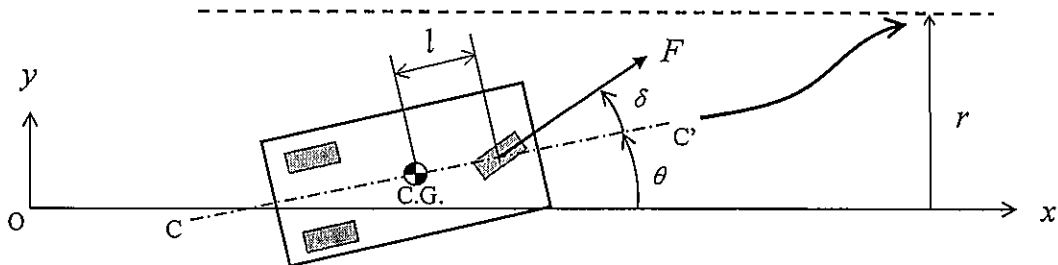


図 2-3

- (3) 目標値  $r$  から変位  $y$  までの伝達関数と、目標値  $r$  からヨー角  $\theta$  までの伝達関数を求めよ。
- (4) 目標値  $r$  が単位ステップ関数であったとき、変位  $y$  とヨー角  $\theta$  の最終値をそれぞれ求めよ。
- (5) この制御を行うと、振動が残ってしまった。特性根を考慮して、その理由を述べよ。
- (6) どのような制御を行えばこの振動を抑制することができるか、簡潔に述べよ。

問題 3

下記の I, II, III のすべてについて解答せよ。なお、I および II の解答に答案用紙 1 枚を、III の解答に答案用紙 1 枚を、それぞれ用いること。また、工学的に妥当な近似や仮定を適宜用いよ。

I. 航空機設計時の材料選定について考える。以下の設問に答えよ。

大型民間航空機に使われる材料の重量比は、図 3-1 のように変遷してきた。この図から、単位重量あたりの強度が高い複合材料の割合増加に伴い、チタン合金の使用量も増加していることがわかる。代表的な材料の特性は、表 3-1 の通りとする。航空機の構造材料において、複合材料 (CFRP, Carbon Fiber Reinforced Plastic) と組み合わせて、アルミ合金 (A2024) よりもチタン合金 (Ti-6Al-4V) が用いられる。表 3-1 に示す材料特性の違いに起因する物理現象と関連づけて、この理由を 2 点述べよ。

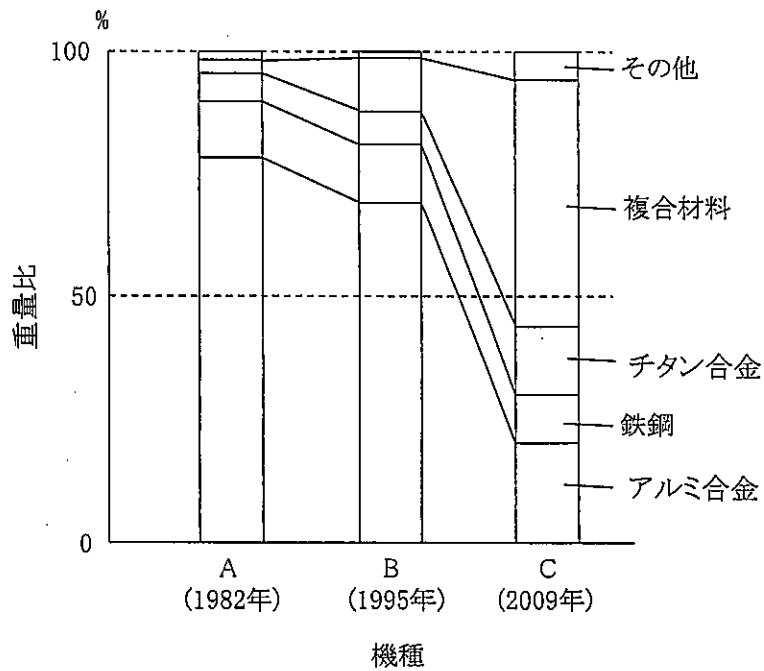


図 3-1

表 3-1

	比重	ヤング率 GPa	引張強さ MPa	熱伝導率 W/(m·K)	線膨張係数 ×10 <sup>-6</sup> /K	自然電位 V	融点 ℃
チタン合金 Ti-6Al-4V	4.4	113	980	7.5	8.8	-0.08	1540
アルミ合金 A2024	2.8	73.5	470	164	21.4	-0.54	502
鉄鋼 SCM440	7.8	199	830	42.7	12.3	-0.6	1400
複合材料 CFRP	1.5	120	3530	3.4	0.2	+0.12	3650 (炭素繊維)

II. チタン合金製の航空機部品は、しばしば切削加工で形状創成される。チタン合金の切削加工では、図 3-2 に示すように、多くの加工条件下で鋸歯状切りくずが生成される。今、室温下で、切込み  $d = 0.1 \text{ mm}$ 、切削幅  $b = 1.0 \text{ mm}$ 、切削速度  $V = 2.0 \text{ m/s}$ 、工具すくい角  $\alpha = 0^\circ$  の切削加工を考える。簡単のために、この切削現象を 2 次元モデルで検討する。以下の設問に答えよ。必要であれば、 $\cos 14^\circ = 0.97$ 、 $\sin 14^\circ = 0.24$  を用いてよい。有効数字は 2 桁で十分である。

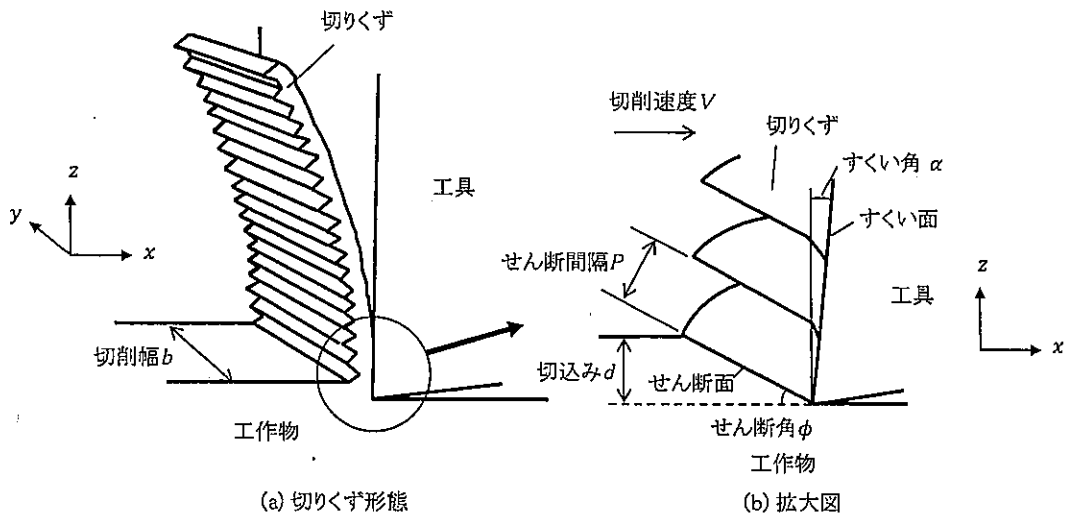


図 3-2

(1) 図 3-3 に示すような、鋸歯状切りくずを単純化したモデルを用いて、切削抵抗のつり合いについて考える。せん断面力  $F_S$  を、主分力  $F_H$ 、背分力  $F_V$ 、せん断角  $\phi$  を用いて表せ。また、 $F_H = 360 \text{ N}$ 、 $F_V = 200 \text{ N}$ 、 $\phi = 14^\circ$  のときの値を計算せよ。

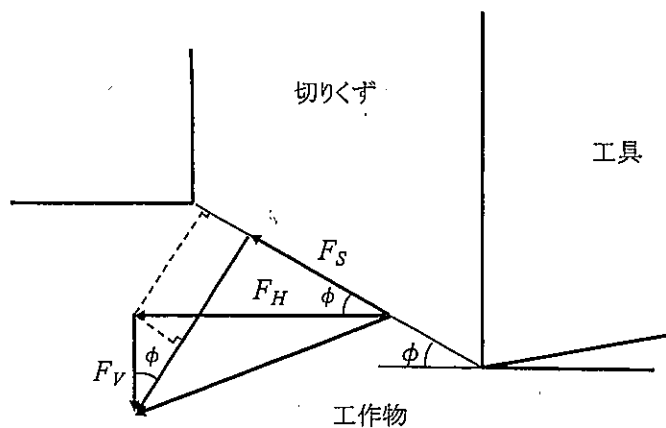


図 3-3

(2) せん断面に生じるせん断応力  $\tau_s$  を求めよ。

(3) 図 3-4 に示すように、切りくず一層目のせん断変形を考える。工具先端が  $O'$  から  $O$  へ進む間に、平行四辺形  $OO'A'A$  がせん断変形して、平行四辺形  $OJKA$  になる。ここで、せん断間隔  $P$ 、せん断すべり量  $D$  とする。せん断ひずみ  $\gamma = \frac{D}{P}$  をせん断角  $\phi$  で表し、せん断角  $\phi = 14^\circ$  のときの値を求めよ。

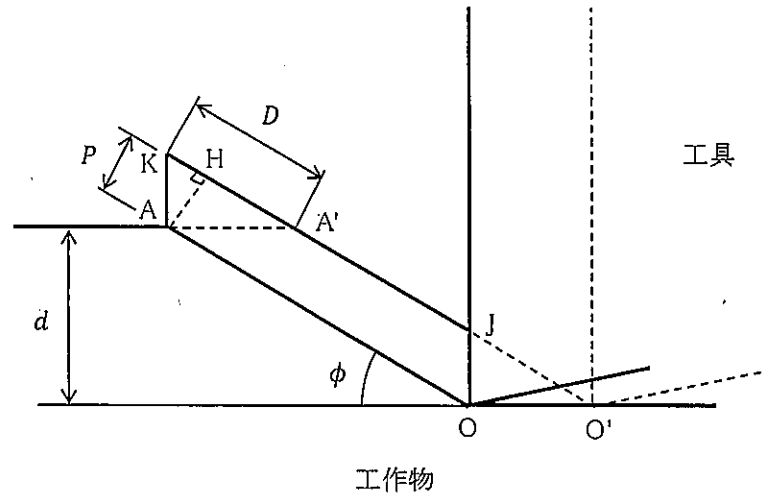


図 3-4

(4) チタン合金の横弾性係数（剛性率）を  $G = 41 \text{ GPa}$  とする。設問(2)で求めたせん断応力  $\tau_s$  から、せん断ひずみを計算せよ。また、設問(3)で得られた値と大きさが異なる理由を述べよ。

(5) つぎに、工具が工作物に与える加工エネルギーについて考える。工具は、主分力  $F_H = 360 \text{ N}$ 、背分力  $F_V = 200 \text{ N}$ 、切削速度  $V = 2.0 \text{ m/s}$  で、切削方向に動いて仕事をする。単位時間あたりの仕事（仕事率） $U$  を求めよ。

(6) 図 3-5 に示すように、切削速度  $V$ 、せん断速度  $V_s$ 、切りくず流出速度  $V_c$  は、速度三角形を作る。せん断面での仕事率  $U_s$  を、せん断速度  $V_s$ 、および、せん断面力  $F_s$  を用いて表し、その値を求めよ。このせん断面での仕事率  $U_s$  は、設問(5)で求めた工具による仕事率  $U$  よりも小さいこ



とが分かる。 $U$  と  $U_s$  の差に相当する仕事はどのように消費されるか説明せよ。

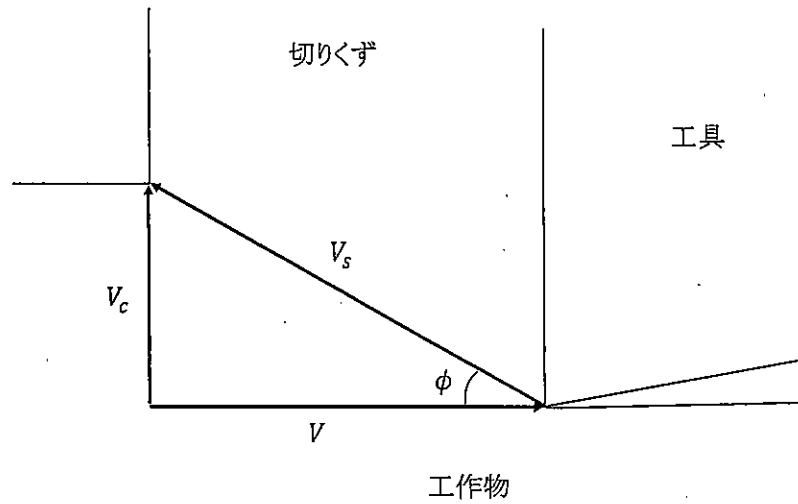


図 3-5

- (7) 設問(6)で求めた、せん断面の仕事率  $U_s$  が、単位時間あたりの切削体積に対して、すべて熱になると考える。せん断面から切りくず側に流入する熱を考えて、せん断面上昇温度  $\Delta\theta_s$  を求めよ。ただし、チタン合金の比熱  $c_p = 520 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ 、密度  $\rho = 4400 \text{ kg/m}^3$  とする。また、せん断面で生じた熱が切りくず側へ流入する割合を  $r_s = 0.75$  とする。

純チタンは  $1155 \text{ K}$  付近で、 $\alpha$ 相から $\beta$ 相へ変化することが知られている。求めた $\Delta\theta_s$  から、加工面の結晶相がどのようになるか述べよ。

III. チタン合金の切削プロセス設計について、以下の設問に答えよ。

- (1) せん断面から工作物に流入する熱を考えると、せん断面の温度上昇  $\Delta T$  は、せん断面を移動熱源として考えて、式(1)で与えられることが分かっている。

$$\Delta T = \frac{c r_c F_s}{b} \left( \frac{V_s \sin \phi}{\lambda c_p \rho d} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

ここで、 $c$  は定数、 $F_s$  はせん断面力、 $V_s$  はせん断速度、 $r_c$  はせん断面の熱が工作物へ流入する割合、 $b$  は切削幅、 $d$  は切込み、 $\lambda$  は熱伝導率、 $c_p$  は比熱、 $\rho$  は密度、 $\phi$  はせん断角である。表 3-2 に示す材料特性をもとに、チタン合金が鉄鋼と比べて難削材として分類される理由を述べよ。

表 3-2

	引張強さ MPa	硬さ Hv	せん断強度 MPa	熱伝導率 W/(m·K)	密度 kg/m <sup>3</sup>	比熱 J/(kg·K)
チタン合金 Ti-6Al-4V	980	320	720	7.5	4400	520
鉄鋼 SCM440	830	255	628	42.7	7800	461

- (2) チタン合金の切削加工時には、必ず加工液を注入しながら加工する。微視的に見ると、工具と工作物、加工液の関係は図 3-6 のようになる。また、工具と工作物は相対速度を持っている。このように、加工液は工具と工作物の間に存在する。加工液に求められる要求機能を 3 点挙げよ。

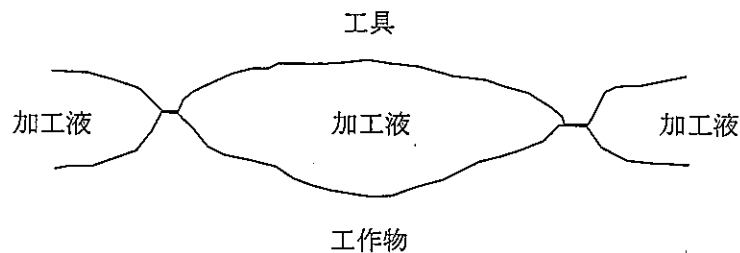


図 3-6

- (3) 工具と工作物のすき間は  $1\ \mu\text{m}$  程度である。このことは、加工液が工具と工作物の間に入りにくいことを意味する。そこで、加工液を工具と工作物の間に入れるために、低粘性の加工液を使いたい。このとき、この低粘性の加工液が、設問(2)であげた各要求機能と相反しないか述べよ。また、相反する場合、どのように相反するかを述べよ。

### Problem 1

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another sheet for Question II.

I. As shown in Figure 1-1, a thin cylindrical vessel closed by a hemispherical shell at the bottom end is fixed on a wall. The wall is stiff enough and its surface is horizontal. The vessel is fixed on the wall so that its central axis becomes vertical to the wall. The  $x$  axis is set along the central axis upward. The origin of the  $x$  axis  $O$  is set on the crossing point of the central axis and the bottom end plane of the cylinder. The inner radius and the thickness are  $r$  and  $t$ , respectively, for both the cylinder and the hemispherical shell. The length of the cylinder is  $L$  ( $> r$ ). The thickness  $t$  is thin enough in comparison with  $r$ . The mass density of the vessel is  $d$  and the acceleration of gravity is  $g$ . Answer the following questions.

- (1) Obtain the stress component distributions in the cylinder ( $0 \leq x \leq L$ ) in terms of  $x$ .
- (2) As shown in Figure 1-2, liquid of mass density  $m$  is poured in the vessel up to the height of  $x = h$ . Obtain the stress component distributions in the cylinder ( $0 \leq x \leq L$ ) in terms of  $x$ .
- (3) The vessel is completely filled up to  $x = L$  by the liquid of mass density  $m$ . Obtain the minimum value of the thickness  $t$  to avoid the fracture of the cylindrical vessel. Assume that the fracture occurs when the maximum principal stress exceeds  $\sigma_b$ . The vessel is not broken by its own weight, and the fracture does not occur in the hemispherical shell ( $x < 0$ ).

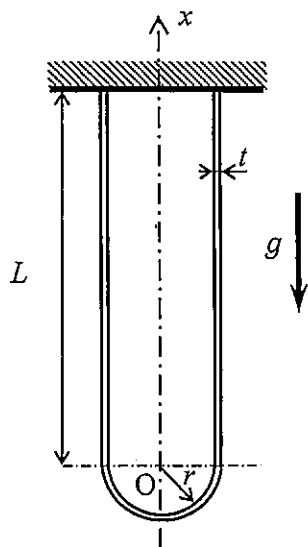


Figure 1-1

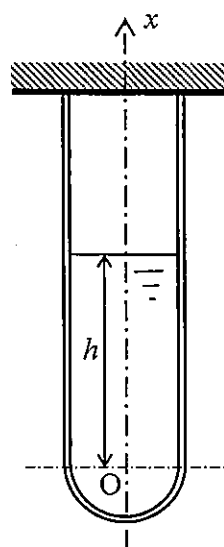


Figure 1-2

II. As shown in Figures 1-3 and 1-4, consider a beam BCD of length  $L$  which is fixed at point D and has a movable support at point B, and a beam AC of length  $S$  which is fixed at point A and supported by beam BCD at point C. The beam AC is subjected to a uniformly distributed load  $q$  per unit length. The beams AC and BCD exert a force  $R_c$  mutually at point C. The beams AC and BCD have the same flexural rigidity  $EI$ . Answer the following questions.

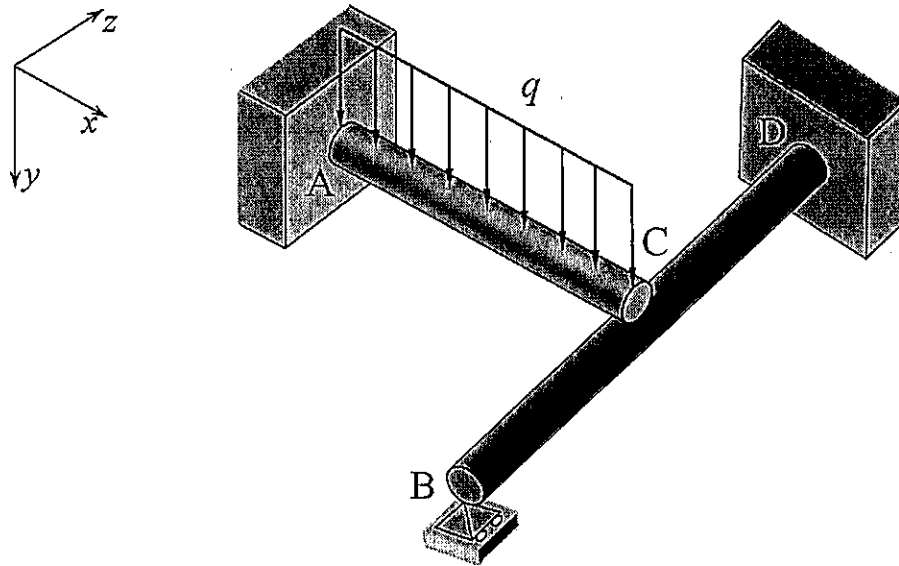


Figure 1-3

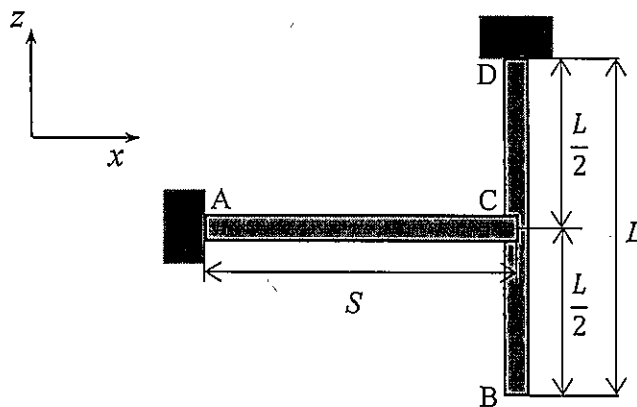


Figure 1-4

- (1) Express the deflection of beam AC at point C,  $\delta_{AC}$ , in terms of  $R_c$ ,  $q$ ,  $S$  and  $EI$ .
- (2) Express the deflection of beam BCD at point C,  $\delta_{BCD}$ , in terms of  $R_c$ ,  $L$  and  $EI$ .
- (3) Express  $R_c$  in terms of  $q$ ,  $S$  and  $L$ .
- (4) Find the position (the distance from point B) at which the deflection of beam BCD is maximum, and obtain the deflection at that position.

Problem 2

Answer all of the following Questions I, II and III. Use one answer sheet for Questions I and II, and use another answer sheet for Question III.

- I. As shown in Figure 2-1, a solid rod of radius  $r$ , length  $\ell$  and density  $\rho$  is rolling on the inner surface of a semi-cylindrical channel with a radius  $R$  ( $> r$ ) without slip, and it shows an oscillatory motion around the center axis of the channel  $O$ . The oscillating angle around  $O$  is  $\theta$ , the angle of rotation around the center of gravity of the rod  $O'$  is  $\phi$ , and the gravitational acceleration is  $g$ . Assume that the oscillating angle  $\theta$  is small. Answer the following questions.

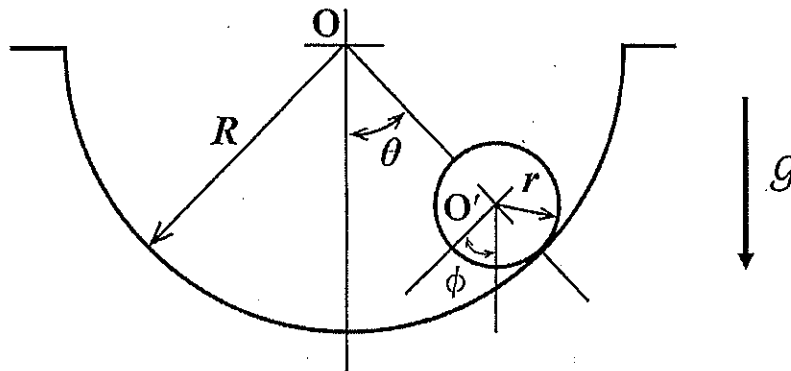


Figure 2-1

- (1) Following the definition of moment of inertia, derive the moment of inertia of the solid rod using the mass of the rod  $m (= \rho\pi r^2 \ell)$ .
- (2) Derive the kinetic energy of the rod.
- (3) Derive the potential energy of the rod. The approximation,  $\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$ , holds when the oscillating angle  $\theta$  is small.
- (4) Using the geometric relationship, derive the relation between  $\theta$  and  $\phi$ .



- (5) Utilizing the fact that the maximum kinetic energy is equal to the maximum potential energy, derive the natural angular frequency of the oscillating motion of the rod.

II. The equation of motion of a single degree of freedom with damping and external forces can be described as

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F, \quad (1)$$

where  $m$ ,  $c$ ,  $k$ ,  $F$  and  $x$  denote mass, damping constant, spring constant, external force and displacement, respectively.

- (1) Multiplying both sides of Equation (1) by the velocity and performing energy integration over one period of oscillation  $T$ , show that the total energy (= kinetic energy + potential energy) per cycle can be described by the work done by the external force and the damping force.

- (2) Consider the case where the external force is given by Equation (2).

$$F = c_0 \dot{x}, \quad (2)$$

where  $c_0$  is a constant. Derive the instability condition based on the fact that the total energy increases cycle by cycle when the system is unstable.

III. Consider the motion of a three-wheel vehicle on the  $xy$  plane shown in Figure 2-2. The front steering wheel produces driving force without slip, and the steering axis is on the center line C-C' of the vehicle. The friction force between the rear wheels and the ground is negligible; the rear wheels do not steer nor drive. The vehicle is subject to the drag force proportional to the velocity along the  $x$  axis. The equation of motion of the vehicle is written as

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F \cos(\delta + \theta) - c\dot{x}, \\ m\ddot{y} = F \sin(\delta + \theta), \\ J\ddot{\theta} = lF \sin \delta, \end{cases}$$

where the mass of the vehicle is  $m$ , the moment of inertia of the vehicle around the center of gravity is  $J$ , the drag coefficient is  $c$ , the distance between the center of gravity and the front wheel is  $l$ , the displacement along the  $x$  axis is  $x$ , the displacement along the  $y$  axis is  $y$ , the yaw angle of the vehicle to the  $x$  axis is  $\theta$ , the steering angle is  $\delta$ , and the driving force is  $F$ . The masses of the wheels are negligible. Assuming that the yaw angle  $\theta$  and the steering angle  $\delta$  are small, the equation is linearized as

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F - c\dot{x}, \\ m\ddot{y} = F(\delta + \theta), \\ J\ddot{\theta} = lF\delta. \end{cases}$$

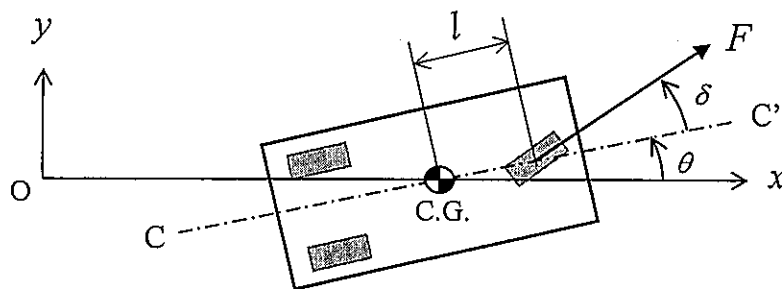


Figure 2-2

Answer the following questions.

To control  $\dot{x}$ , the driving force  $F$  is decided as

$$F = a(v - \dot{x}),$$

where  $v$  is the target value of  $\dot{x}$ , and  $a$  is a constant. Here, assume that  $y = 0$ ,  $\theta = 0$ , and  $\delta = 0$ .

- (1) Obtain the transfer function from the target value  $v$  to the velocity  $\dot{x}$ , and derive the condition of  $a$  that makes the system stable.
- (2) Consider the case where the system is stable. Examine whether the steady state error between the target value  $v$  and the velocity  $\dot{x}$  remains, when the target value  $v$  is a unit step function.

Next, as shown in Figure 2-3, to control the displacement  $y$ , the steering angle  $\delta$  is decided as

$$\delta = b(r - y),$$

where  $r$  is the target value of the displacement  $y$ , and  $b$  is a constant. Assume that the driving force  $F$  is constant and the controlled system is stable.

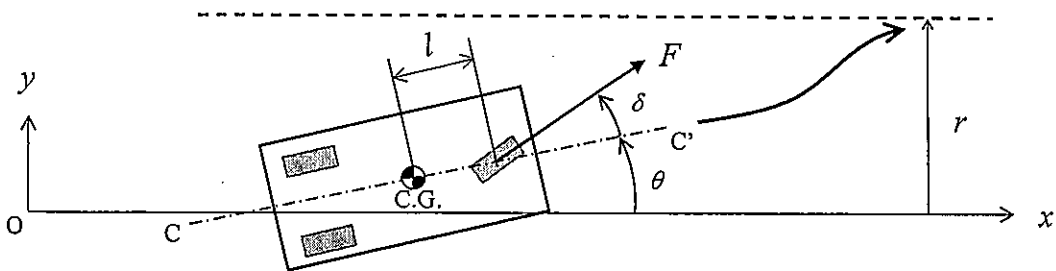


Figure 2-3

- (3) Obtain the transfer function from the target value  $r$  to the displacement  $y$ , and the transfer function from the target value  $r$  to the yaw angle  $\theta$ .
- (4) Obtain the final values of the displacement  $y$  and the yaw angle  $\theta$ , when the target value  $r$  is a unit step function.
- (5) The oscillation remained when this control was carried out. Explain the reason considering the roots of the characteristic equation.
- (6) Describe briefly what kind of control can suppress this oscillation.

### Problem 3

Answer all of the following Questions I, II and III. Use one answer sheet for Questions I and II, and use another answer sheet for Question III. Use reasonable approximations and assumptions from an engineering viewpoint, if necessary.

- I. Consider the selection of materials in the aircraft design. Answer the following question.

The weight ratio of materials used in large civil aircrafts has been transited as shown in Figure 3-1. From this figure, it is recognized that the fraction of composite material which has high specific strength has increased, and the use of titanium alloy has also increased accordingly. The properties of typical materials are shown in Table 3-1. Composite material (CFRP, Carbon Fiber Reinforced Plastic) is used with titanium alloy (Ti-6Al-4V) rather than with aluminum alloy (A2024) in the aircraft structure. Explain two reasons for this, considering physical phenomena caused by the differences of the material properties shown in Table 3-1.

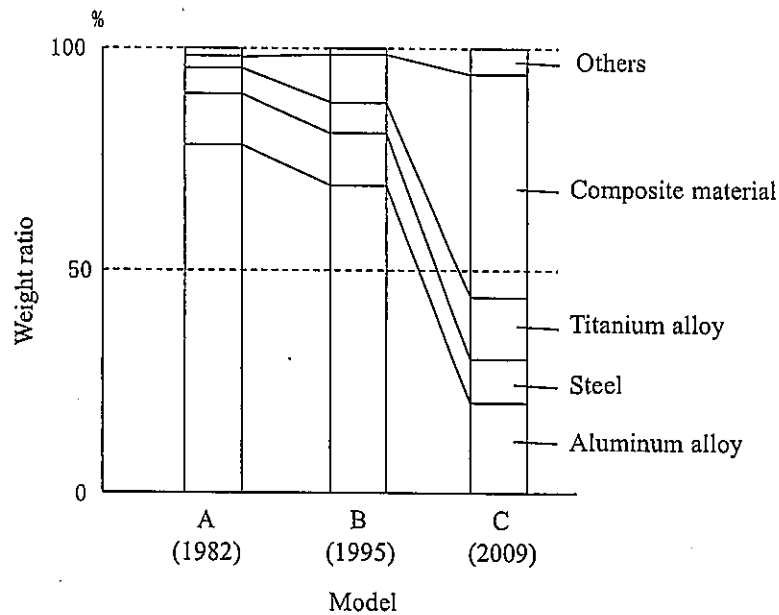


Figure 3-1

Table 3-1

	Specific weight	Young's ratio GPa	Tensile strength MPa	Thermal conductivity W/(m·K)	Linear expansion coefficient $\times 10^{-6}/K$	Spontaneous potential V	Melting point °C
Titanium alloy Ti-6Al-4V	4.4	113	980	7.5	8.8	-0.08	1540
Aluminum alloy A2024	2.8	73.5	470	164	21.4	-0.54	502
Steel SCM440	7.8	199	830	42.7	12.3	-0.6	1400
Composite material CFRP	1.5	120	3530	3.4	0.2	+0.12	3650 (Carbon fiber)

II. Aircraft parts made of titanium alloy are often formed by cutting. Sawtooth chips are generated during the cutting of titanium alloy under many cutting conditions, as shown in Figure 3-2. Consider the case under the room temperature where the depth of cut is  $d = 0.1$  mm, the width of cut is  $b = 1.0$  mm, the cutting speed is  $V = 2.0$  m/s, and the tool rake angle is  $\alpha = 0^\circ$ . This cutting phenomenon is discussed with a two-dimensional model for simplicity. Answer the following questions. If necessary, use  $\cos 14^\circ = 0.97$  and  $\sin 14^\circ = 0.24$ . Two-digit accuracy is enough for the discussion.

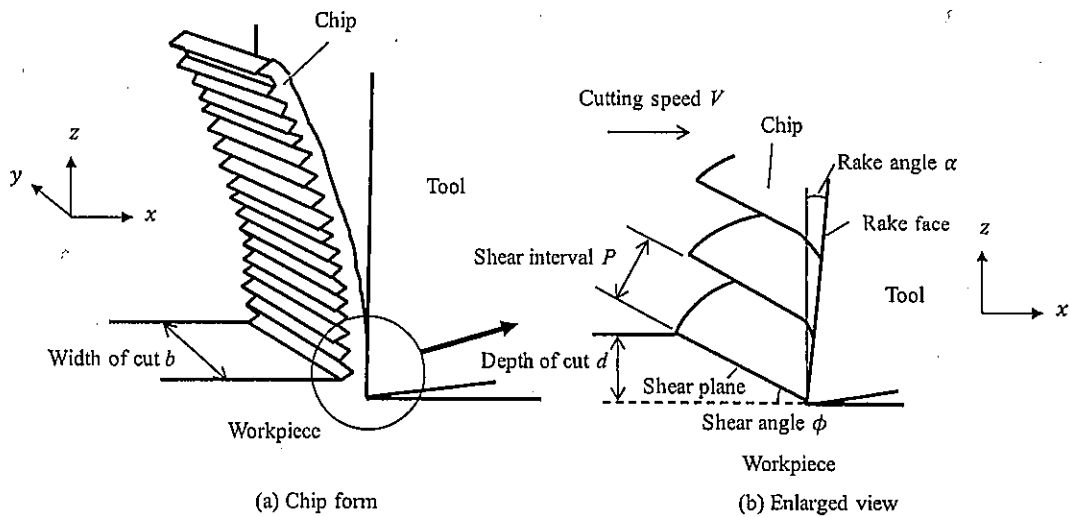


Figure 3-2

- (1) Consider the balance of cutting forces using a simple model without sawtooth shape shown in Figure 3-3. Express the shear force  $F_S$  with the principal force  $F_H$ , the thrust force  $F_V$  and the shear angle  $\phi$ . Calculate the value of  $F_S$  when  $F_H = 360$  N,  $F_V = 200$  N, and  $\phi = 14^\circ$ .

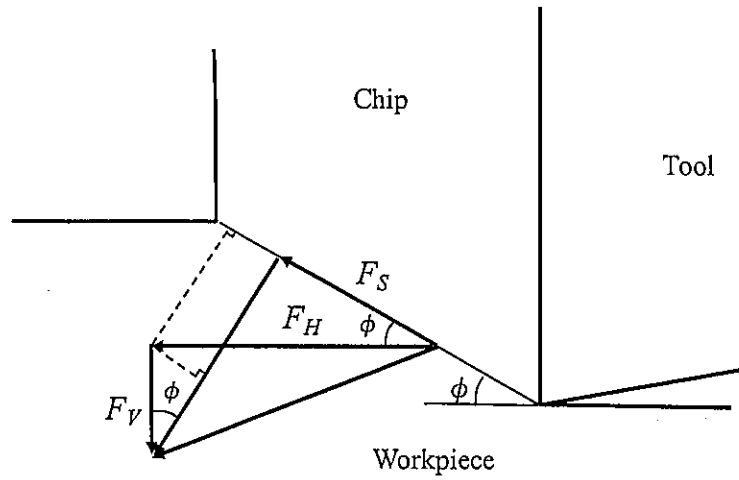


Figure 3-3

- (2) Obtain the shear stress  $\tau_s$  on the shear plane.
- (3) As shown in Figure 3-4, consider the shear deformation of the workpiece in the first layer of the chip. The parallelogram  $OO'A'A$  is deformed to the parallelogram  $OJKA$  by the shear force, while the tool tip moves from  $O'$  to  $O$ . Here, the shear interval is  $P$ , and the shear slip is  $D$ . Express the shear strain  $\gamma = \frac{D}{P}$  with the shear angle  $\phi$ , and calculate the value in the case of  $\phi = 14^\circ$ .

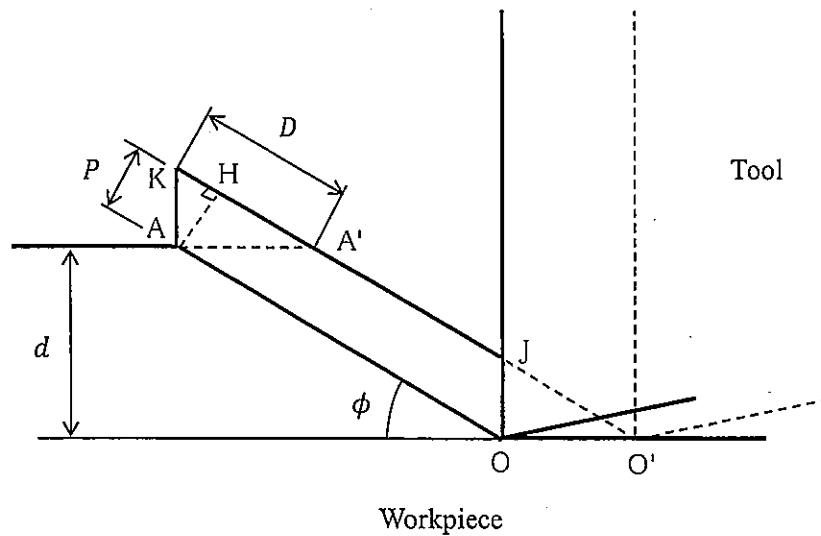


Figure 3-4



- (4) The modulus of transverse elasticity (modulus of rigidity) of titanium alloy is assumed as  $G = 41$  GPa. Calculate the shear strain from the shear stress  $\tau_s$  obtained in Question (2). In addition, explain the reason why the value is different from the shear strain obtained in Question (3).
- (5) Next, consider the cutting energy which is transferred from the tool to the workpiece. The tool works in the cutting direction with the principal force  $F_H = 360$  N, the thrust force  $F_V = 200$  N, and the cutting speed  $V = 2.0$  m/s. Obtain the work per unit time (power)  $U$ .
- (6) As shown in Figure 3-5, the vectors of the cutting speed  $V$ , the shear speed  $V_s$ , and the chip flow speed  $V_c$  form a velocity triangle. Express the power on the shear plane  $U_s$  with the shear speed  $V_s$  and the shear force  $F_s$ , and calculate its value. This power on the shear plane  $U_s$  is smaller than the power  $U$  from the tool obtained in Question (5). Explain how the work corresponding to the difference between the powers  $U$  and  $U_s$  is consumed.

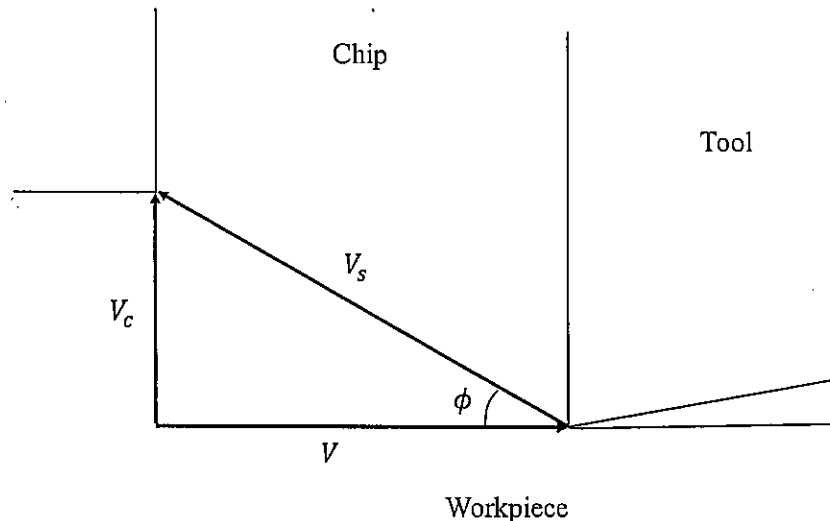


Figure 3-5

- (7) Assume that all the power on the shear plane  $U_s$  obtained in Question (6) is converted to heat in the cutting volume per unit time.

Obtain the temperature rise  $\Delta\theta_s$  on the shear plane, considering the heat from the shear plane to the chip. Note that the specific heat of titanium alloy is  $c_p = 520 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , and the density is  $\rho = 4400 \text{ kg}/\text{m}^3$ . The fraction of the heat transferred from the shear plane to the chip is  $r_s = 0.75$ .

It is known that pure titanium transforms from the  $\alpha$  phase to the  $\beta$  phase at around 1155 K. Discuss the crystal phase of the finished surface, based on the obtained  $\Delta\theta_s$ .

III. Answer the following questions about the cutting process design of titanium alloy.

- (1) Consider the heat from the shear plane to the workpiece. The temperature rise  $\Delta T$  on the shear plane is given by Equation (1), assuming the shear plane as a moving heat source.

$$\Delta T = \frac{cr_c F_s}{b} \left( \frac{V_s \sin \phi}{\lambda c_p \rho d} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

where  $c$  is a constant,  $F_s$  is the shear force,  $V_s$  is the shear speed,  $r_c$  is the fraction of heat transferred from the shear plane to the workpiece,  $b$  is the width of cut,  $d$  is the depth of cut,  $\lambda$  is the thermal conductivity,  $c_p$  is the specific heat,  $\rho$  is the density, and  $\phi$  is the shear angle. Explain the reason why the titanium alloy is classified as a difficult-to-machine material compared with steel, based on the material properties shown in Table 3-2.

Table 3-2

	Tensile strength MPa	Hardness Hv	Shear strength MPa	Thermal conductivity W/(m·K)	Density kg/m <sup>3</sup>	Specific heat J/(kg·K)
Titanium alloy Ti-6Al-4V	980	320	720	7.5	4400	520
Steel SCM440	830	255	628	42.7	7800	461

- (2) Cutting fluid is always poured during the cutting of titanium alloy. The schematic of the tool, the workpiece, and the cutting fluid is shown in Figure 3-6 from a microscopic viewpoint. A relative speed exists between the tool and the workpiece. The cutting fluid flows between the tool and the workpiece. List three required functions for the cutting fluid.

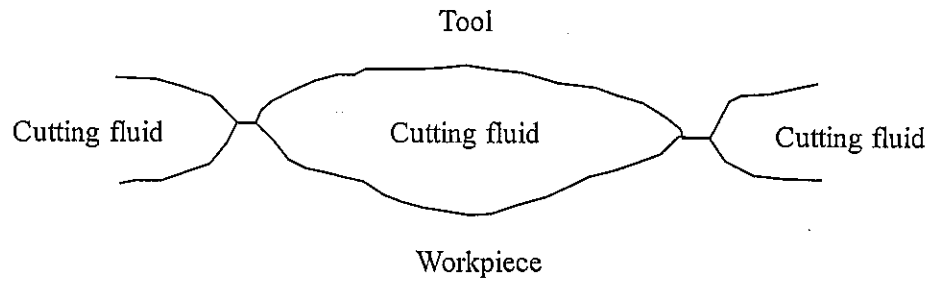


Figure 3-6

- (3) The gap between the tool and the workpiece is typically about  $1 \mu\text{m}$ . This means that it is difficult for the cutting fluid to fill the gap. For this reason, a cutting fluid with low viscosity is desirable to fill the gap. Explain whether the low viscosity conflicts with each required function listed in Question (2). If the cutting fluid with low viscosity conflicts with the required functions, describe how it conflicts.

