

平成27年度機械工学専攻

大学院修士課程入学試験問題

「機械工学」(第1部)

試験日時：平成26年8月26日(火) 9:00～11:00

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 問題は問題1から問題2までである。全問に解答すること。
3. 問題の落丁、乱丁、あるいは印刷不鮮明な箇所があれば申し出ること。
4. 答案用紙は4枚配付される。枚数を確認し、過不足があれば申し出ること。
5. 1問ごとに2枚の答案用紙を用いて解答すること。設問Ⅰ、Ⅱに分かれている問題は、設問ごとに1枚の答案用紙を用いて解答すること。解答を表面で書ききれない時は、裏面にわたってもよい。なお、それでも解答するスペースが不足する場合は答案用紙を与えるので申し出ること。
6. 答案用紙の指定された箇所に、自分の受験番号、その答案用紙で解答する問題番号を記入すること。記入もれの場合は採点されないことがある。なお、科目名欄には「機械工学(第1部)」と記入すること。答案用紙の右端にある「枚/枚中」については、答案用紙を追加しない場合は空欄のままでもよい。但し答案用紙を追加した場合は、問題ごとの枚数を記載する。
7. 解答に関係のない記号や符号を記入した答案は無効となることがある。
8. 答案用紙は、解答ができなかった分も含め、全てを提出すること。
9. 下書き用紙は2枚配付される。左上に自分の受験番号を記入すること。
10. 下書き用紙は、使用しなかった分も含め、2枚全部を提出すること。
11. 問題冊子は持ち帰ってよい。

FY2015 Department of Mechanical Engineering

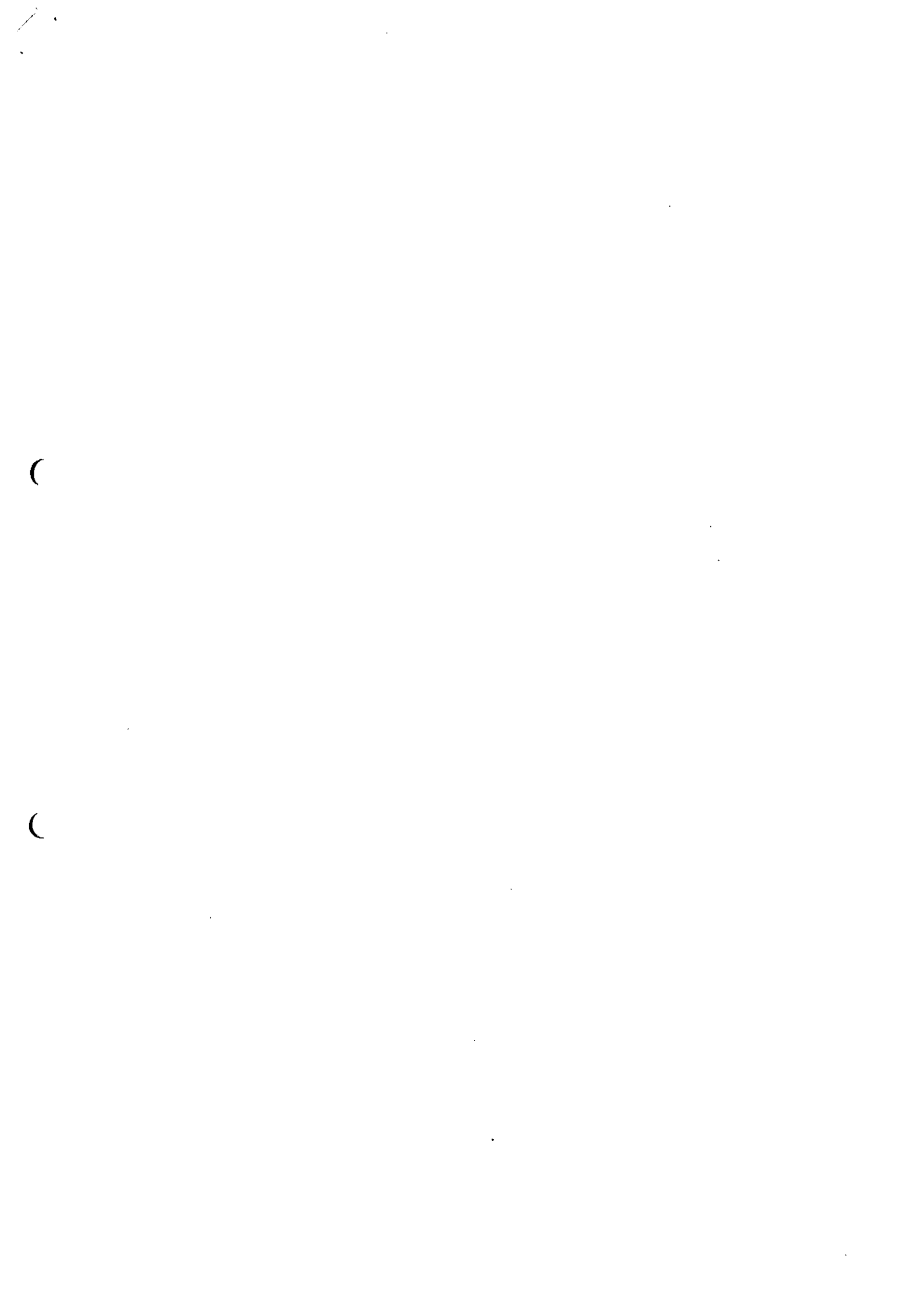
Master Course Program Entrance Examination

“Mechanical Engineering” (Part 1)

2014/8/26 (Tuesday) 9:00~11:00

Instructions

1. Do not open the exam booklet until you are instructed to begin.
2. Answer all Questions in Problems 1 and 2.
3. If you find some incomplete printing or collating, report them to the supervisor.
4. Make sure that you have all 4 answer sheets. Let the supervisor know otherwise.
5. Use 2 answer sheets for each Problem. In case there are 2 Questions in a Problem, use one answer sheet for one Question. If the space on the front side of the answer sheet is not enough, you may also use the reverse side. If the space is still not enough, ask the supervisor for an additional answer sheet.
6. On each answer sheet, write your registration number (受験番号) and the Problem number (問題番号) in the designated boxes. If you fail to do so, the answer sheet may not be graded. Write “Mechanical Engineering (Part 1)” in “Subject (科目名)”. Leave “(枚/枚中)” blank unless you use an additional answer sheet for the Problem.
7. Answer sheets with symbols and signs that are not related the answers may be judged invalid.
8. Turn in all the answer sheets even if you have not used them.
9. You are provided with 2 worksheets. Write your registration number on the upper left corner of each worksheet.
10. Turn in both worksheets even if you have not used them.
11. You may take home the exam booklet.



問題 1

下記の I, II 両方について解答せよ。なお, I の解答に答案用紙 1 枚を, II の解答に答案用紙 1 枚を, それぞれ用いること。

I. 以下の四つの過程からなるスターリングエンジンを考える。状態 1 から状態 2 は温度 T_L での等温圧縮過程, 状態 2 から状態 3 は体積 V_L での等積加熱過程, 状態 3 から状態 4 は温度 T_H での等温膨張過程, 状態 4 から状態 1 は体積 V_H での等積冷却過程とする。作動流体のモル数を n , 状態 1 でのエントロピーを S_1 とし, 一般気体定数を R_0 とする。

(1) 作動流体が理想気体であるとし, モル定積比熱を C_v とする。以下の設問に答えよ。

1. 状態 1 および状態 3 における圧力 P_1, P_3 を求めよ。
2. 状態 i から j の過程において, 外から受け取る熱量を Q_{ij} , 外へする仕事を W_{ij} とするとき, $Q_{12}, Q_{23}, W_{12}, W_{23}$ をそれぞれ求めよ。また再生効率を 100% とし, Q_{ij}, W_{ij} を用いて, この熱機関の熱効率 η を示せ。
3. 状態 2 および状態 3 のエントロピー S_2, S_3 を求めよ。

(2) 作動流体が気液相変化する場合を考える。この作動流体の液相のモル体積は気相のモル体積に比べ十分に小さいので無視できる。さらに, モル蒸発熱を $L_m (>0)$ とし, 気相は理想気体として扱える。状態 1 から状態 2 の等温圧縮過程の途中の状態 1a において, 作動流体の一部が凝縮し始め, この気液共存状態は状態 3 まで続いた。ただし, 状態 1a および状態 3 において, 作動流体は乾き飽和蒸気であった。また, 作動流体の飽和蒸気圧は温度 T のみの関数 $P_{\text{sat}}(T)$ で記述できるものとする。以下の設問に答えよ。

1. 状態 1a の体積 V_{1a} を求めよ。この熱機関の $P-V$ 線図を飽和蒸気圧曲線とともに描け。また, その図中に状態 1, 1a, 2, 3, 4 に対応する点を図示せよ。
2. 状態 1a および状態 2 のエントロピー S_{1a}, S_2 を求めよ。

II. 固体内の非定常熱伝導を利用して、固体の熱拡散率（温度伝導率）を測定する実験について考える。固体と周囲は断熱されており、単位面積あたりの熱通過率や熱拡散率、熱伝導率は、温度や時間によらず一定とする。

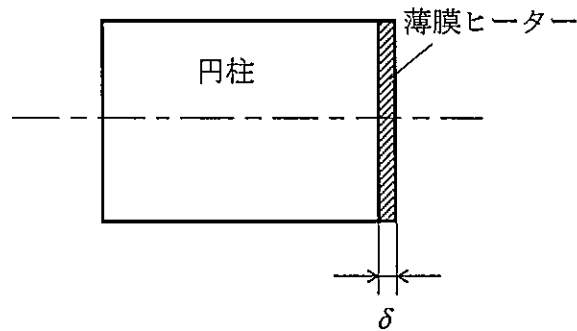


図 1-1

図 1-1 のように、円柱の端面に厚さ δ 、面積 A の薄膜ヒーターを密着させた。円柱は、一定かつ一様な温度 T_0 の熱浴とみなせる。ただし、薄膜ヒーターと円柱の間の単位面積あたりの熱通過率を h 、薄膜ヒーターの熱拡散率を a 、熱伝導率を λ 、温度を T とする。また、熱は円柱軸方向にのみ伝わる一次元熱伝導とする。以下の設問に答えよ。

- (1) 時刻 $t=0$ において、薄膜ヒーターの単位時間あたりの発熱量が一定値 Q になるように通電をはじめた。このとき、温度 T が時刻 $t>0$ において満たす熱輸送方程式を記述し、温度 T が式(1)で記述できることを示せ。ただし、薄膜ヒーターは十分に薄く、内部は均一の温度とみなせ、時刻 $t=0$ で、薄膜ヒーターと円柱の温度は等しいとする。

$$T = T_0 + \frac{Q/A}{h} \left[1 - \exp\left\{-\frac{t}{\delta\lambda/(ha)}\right\} \right] \quad (1)$$

次に、薄膜ヒーターの発熱量 Q を周期的に変化させることで、温度 T が、時間平均温度 T_{s0} 、温度振幅 ΔT_{s0} 、角周波数 ω の正弦波状に変化するように制御する。この薄膜ヒーターに、図 1-2 のように薄膜ヒーターの面積より十分に小さい断面積をもつ初期温度 T_{s0} 、熱拡散率 a_s の円柱棒を接触させ、円柱棒の接

触端面の温度を周期的に変化させた。ただし、円柱棒と薄膜ヒーター間の熱通過率は無限大であり、薄膜ヒーターから円柱棒への熱の移動による薄膜ヒーターの温度変化は無視できる。また、円柱棒は十分に長く、薄膜ヒーターと接触していない端面は常に円柱棒の初期温度 T_{s0} であるとする。図 1-2 のように円柱棒軸方向に x 座標をとり、円柱棒と薄膜ヒーターの接触面を $x=0$ と定義する。熱は軸方向にのみ伝わる一次元熱伝導とする。以下の設問に答えよ。

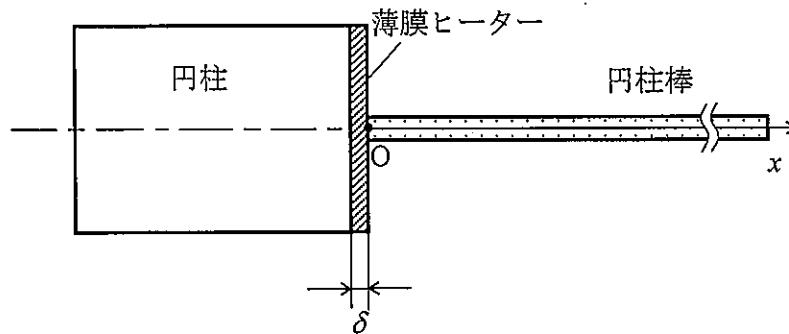


図 1-2

- (2) このときの円柱棒の温度分布 T_s は、式(2)に従う。円柱棒の温度 T_s が満たす熱伝導方程式と境界条件を示せ。また、式(2)の未知の定数、 m 、 n 、 p を求めよ。

$$T_s = m \exp(nx) \sin(\omega t + px) + T_{s0} \quad (2)$$

- (3) 円柱棒の軸方向に距離 Δx だけ離れた 2 点における温度の時間変化の位相差が $\Delta\phi$ であるとき、この円柱棒の熱拡散率 a_s を、 Δx 、 $\Delta\phi$ 、 ω で示せ。さらに、この 2 点における温度振幅の比が r_s であるとき、この円柱棒の熱拡散率 a_s を、 Δx 、 r_s 、 ω で示せ。
- (4) 薄膜ヒーターの温度が正弦波状に変化するために必要な、角周波数 ω が満たすべき条件を、 δ 、 h 、 a 、 λ を用いて示し、その理由を説明せよ。

問題 2

下記の I, II の両方について解答せよ。なお, I の解答に答案用紙 1 枚を, II の解答に答案用紙 1 枚を, それぞれ用いること。

I. 図 2-1 に示すように, 速度 U の一様流中に置かれた平板上に発達する層流境界層を考える。主流の x 方向の圧力勾配は十分に小さく, 無視できる。平板は多孔質材料で作られており, 流体が下向きに吸い込まれている。平板上 ($y=0$) において流体がもつ速度は一様で, x 方向成分が $u=0$, y 方向成分が $v=-v_0$ ($v_0 \geq 0$) である。流体の密度は ρ , 粘性係数は μ で一定であり, 流れは 2 次元かつ定常状態であるとする。また, 吸い込み速度 v_0 は主流速度 U と比べて十分に小さく, y 方向の圧力勾配は無視できるものとする。このとき以下の設問に答えよ。

(1) 流れ方向の位置 x における境界層の厚さを $\delta(x)$, 境界層内の質量流量 (紙面垂直方向について単位幅当たり) を $F(x)$ とする。図 2-2 に示す検査体積 ABCD を考えたとき, 面 AD から検査体積内に流入する流体の質量流量 \dot{m} を $\rho, v_0, \frac{dF}{dx}, \Delta x$ を用いて表せ。

(2) 境界層の運動量厚さ $\theta(x)$ を以下のように定義する。

$$\theta(x) = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy \quad (1)$$

図 2-2 に示す検査体積 ABCD に対して x 方向の運動量の保存式を考えることで, 運動量厚さ θ の流れ方向 (x 方向) への変化を記述する微分方程式を導出せよ。ただし, 面 BC に働くせん断応力を τ_0 (> 0) とする。

(3) 境界層内の速度分布を以下のように近似する。

$$\frac{u}{U} = \begin{cases} 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 & 0 \leq y \leq \delta \\ 1 & y > \delta \end{cases} \quad (2)$$

このとき, 境界層の厚さ δ の流れ方向 (x 方向) への変化を記述する微分方程式を求めよ。

- (4) 平板への流体の吸い込みがないとき ($v_0 = 0$), 設問(3)で求めた微分方程式を解くことにより, 境界層の厚さ δ を x の関数として求めよ. ただし, 平板先端 ($x = 0$) において境界層の厚さは $\delta = 0$ であるとする.
- (5) 平板への流体の吸い込みがないとき ($v_0 = 0$) と, 吸い込みがあるとき ($v_0 > 0$) の両方の場合について, 境界層の厚さ δ の流れ方向への変化の概略を, x を横軸としたグラフに図示せよ. さらに, 両者の差異について文章で簡潔に説明せよ.
- (6) 平板への流体の吸い込みがあるとき ($v_0 > 0$), 十分下流における境界層の厚さ δ と壁面せん断応力 τ_0 を求めよ. ただし, 境界層内の速度分布は式(2)で表されるものとする.

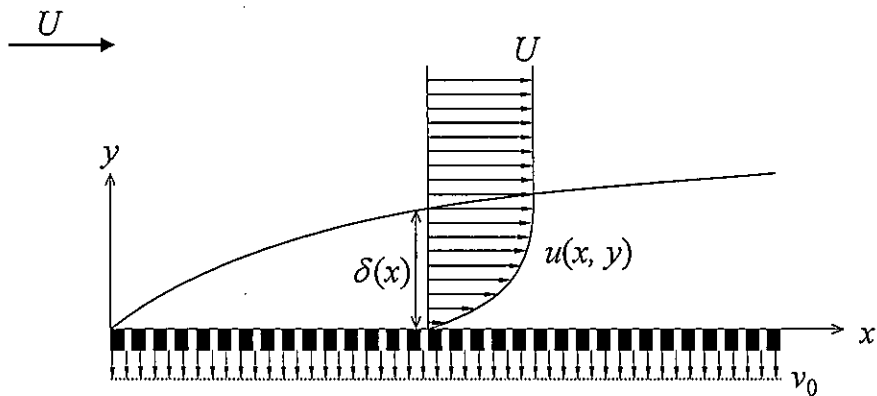


図 2-1

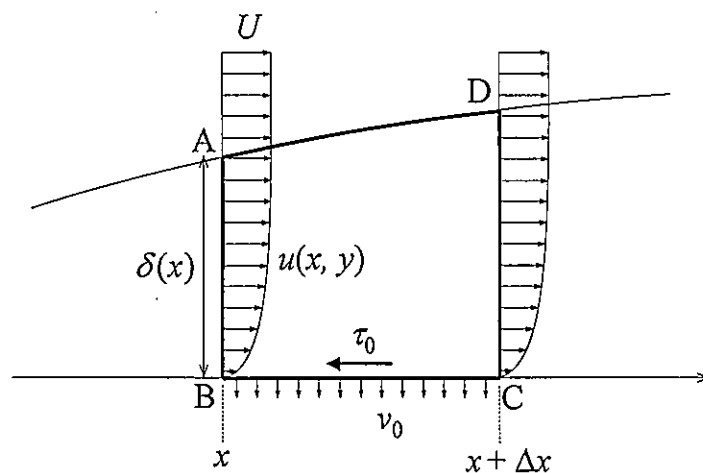


図 2-2

II. 図 2-3 に示すような奥行き方向に一様な 2 次元曲がりエルボの中を、一定の密度 ρ の流体が流れている。流れは定常で、内側の角部 D から剥離し、断面 G-H で最も増速したのち、十分下流の断面 I-J で一様な速度で流出している。断面 A-B から断面 C-D までの流路幅を W 、断面 D-F から断面 I-J までの流路幅を aW ($0 < a < 1$) とする。また、断面 A-B における速度を V 、静圧を P_{AB} とする。なお、壁面摩擦および重力の影響は無視できる。このとき、以下の設問に答えよ。

- (1) 断面 G-H において流れは縮流するため、増速域の流れの幅は流路幅 aW の c 倍 ($0 < c < 1$)、すなわち caW になっているものとする。ここで、幅 caW の増速域における速度 V_{GH} は一様であるとする。増速域における速度 V_{GH} を a 、 W 、 V 、 P_{AB} 、 P_{GH} 、 ρ の中から必要なものを用いて表せ。ただし、加速流れの全圧損失は無視できるものとする。また、断面 G-H の静圧 P_{GH} は一様であるとする。
- (2) 続いて、縮流の割合 c について考える。壁面 C-E における壁面上の静圧 P_{CE} は、断面 A-B における静圧より $\gamma \frac{\rho}{2} V^2$ だけ高いものとする。すなわち、 $P_{CE} = P_{AB} + \gamma \frac{\rho}{2} V^2$ ($0 < \gamma < 1$) とする。このとき、 c 、 a 、 γ の間に成り立つ関係を求めよ。なお、断面 C-D を通過する流れの横方向の運動量成分は無視できるものとする。
- (3) 以上の結果を用いて、入口断面 A-B から出口断面 I-J までの曲がりエルボの全圧損失を a 、 V 、 ρ 、 γ を用いて記述せよ。

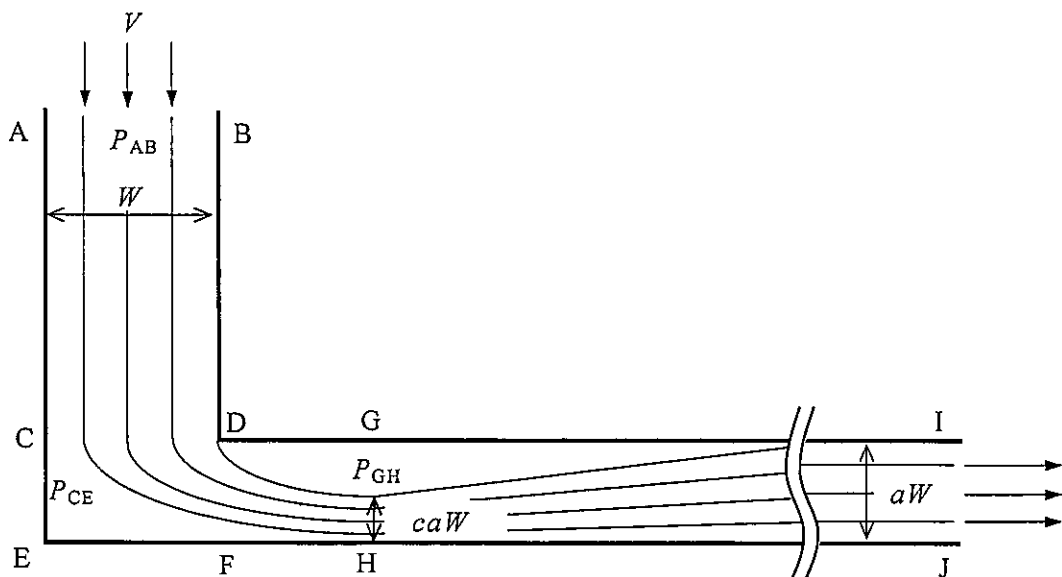


図 2-3

Problem 1

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another answer sheet for Question II.

I. Consider a Stirling engine, which is composed of following four processes; isothermal compression process at temperature T_L from State 1 to State 2, isovolumetric heating process with volume V_L from State 2 to State 3, isothermal expansion process at temperature T_H from State 3 to State 4, and isovolumetric cooling process with volume V_H from State 4 to State 1. Here, R_0 is the general gas constant, n is the molar number of the working fluid, and S_1 is the entropy at State 1.

(1) In the case that the working fluid is an ideal gas, and C_v is molar specific heat at constant volume of the working fluid, answer the following questions.

1. Obtain the pressures at State 1, P_1 , and State 3, P_3 .

2. Q_{ij} is the amount of heat obtained from the surroundings, and W_{ij} is the work done on the surroundings from State i to State j . Obtain Q_{12} , Q_{23} , W_{12} , and W_{23} . When the efficiency of the heat regeneration is 100%, obtain the efficiency of the Stirling engine, η , by using Q_{ij} and W_{ij} .

3. Obtain the entropies at State 2, S_2 , and State 3, S_3 .

(2) Consider the case that the working fluid exhibits phase change between gas and liquid phases. Assuming that the molar volume of the working fluid in liquid phase is considerably smaller than that in gas phase, the molar volume in liquid phase can be ignored. Here, L_m (>0) is molar heat of evaporation. The working fluid in gas phase is regarded as ideal gas. The working fluid starts to condense at State 1a during the isothermal compression process between State 1 and State 2, and the coexistence of gas and liquid phases continues to State 3. Note that the working fluid is dry saturated vapor at State 1a and

State 3. $P_{\text{sat}}(T)$ is the saturated vapor pressure of the working fluid at temperature T . Answer the following questions.

1. Obtain the volume at State 1a, V_{1a} . Draw the $P-V$ diagram of the cycle and the saturated vapor pressure curve. Show the points of States 1, 1a, 2, 3, and 4 in the $P-V$ diagram.

2. Obtain the entropies at State 1a, S_{1a} , and State 2, S_2 .

II. Consider the experimental method for measuring thermal diffusivity of solid using unsteady heat conduction analysis. Assume that the thermal transmittance between solid bodies, thermal diffusivity and thermal conductivity of the solids are constant, and that the solids are insulated from ambient air.

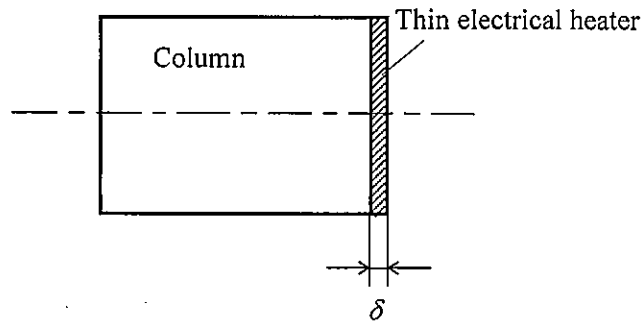


Figure 1-1

A thin electrical heater of thickness δ and area A is attached to an edge face of a columnar thermal bath as shown in Figure 1-1. The temperature of the columnar thermal bath, T_0 , is uniform and constant. The thermal transmittance between the thin electrical heater and the column, the thermal diffusivity and the thermal conductivity of the thin electrical heater are h , a , and λ , respectively. One dimensional heat conduction along the column axis is assumed.

- (1) At the time $t = 0$, the power to the heater is switched on giving rise to a constant amount of heat generation per unit time, Q . The thickness of the heater is thin enough to assume that the temperature of the heater, T , is uniform. The temperature of the thermal bath and the heater is equal at $t = 0$. Determine the heat transport equation of the heater in terms of T , and solve the equation to show that T is expressed as in Equation (1).

$$T = T_0 + \frac{Q/A}{h} \left[1 - \exp\left\{-\frac{t}{\delta\lambda/(ha)}\right\} \right] \quad (1)$$

Consider controlling the heat rate, Q , so that the temperature of heater in Figure 1-1 shows a sinusoidal change with the time averaged temperature of T_{s0} , the amplitude of ΔT_{s0} and the angular frequency of ω . As shown in Figure 1-2, the heater is in contact with a slim rod of thermal diffusivity α_s to let the temperature of attached edge change periodically. The initial temperature of the rod is T_{s0} , and the rod is long enough to keep its initial temperature, T_{s0} , at the non-contacted edge. Assume that the thermal transmittance between the rod and the heater is infinite, and that the temperature of the heater is not affected by the heat flow from the heater to the rod. The coordinate x is defined along the rod axis where its origin is at the contact point of the rod and the heater as shown in Figure 1-2. One dimensional heat conduction along the axis is assumed.

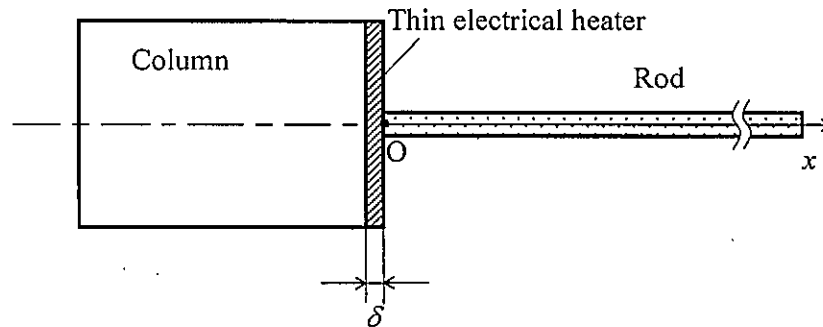


Figure 1-2

- (2) In the system of Figure 1-2, the temperature distribution in the rod, T_s , can be described as Equation (2). Determine the heat conduction equation of the rod in terms of T_s and its boundary conditions, and obtain the unknown parameters m , n and p .

$$T_s = m \exp(nx) \sin(\omega t + px) + T_{s0} \quad (2)$$

- (3) When the phase difference between the temperature changes at two points on the rod axis is $\Delta\phi$, determine the expression for thermal diffusivity, a_s , using $\Delta\phi$, ω and the distance between the points Δx . Determine also the expression for thermal diffusivity, a_s , using ω , Δx , and the ratio of temperature amplitudes of these two points, r_s .
- (4) Determine and explain the conditional expression of ω using δ , h , a and λ that is required for the temperature of the heater to change sinusoidally.

Problem 2

Answer both of the following Questions I and II. Use one answer sheet for Question I and use another answer sheet for Question II.

I. A laminar boundary layer develops on a flat plate in a uniform flow with a velocity U as shown in Figure 2-1. The pressure gradient along the x direction is very small and is negligible. The flat plate is made of porous material, and the fluid in contact with the plate is sucked downwards. The fluid has a uniform velocity on the surface of the plate ($y = 0$); the x and y velocity components are $u = 0$ and $v = -v_0$ ($v_0 \geq 0$), respectively. The density ρ and the viscosity μ of the fluid are constant. The flow is two dimensional and in steady state. Because the suction velocity v_0 is much smaller than the uniform flow velocity U , the pressure gradient along the y direction is negligible. Answer the following questions.

(1) At the position x , the boundary layer thickness and the mass flow rate inside the boundary layer (per unit thickness perpendicular to the x - y plane) are given by $\delta(x)$ and $F(x)$, respectively. A control volume ABCD is defined as shown in Figure 2-2. Obtain the mass flow rate across the control surface AD, \dot{m} , using ρ , v_0 , $\frac{dF}{dx}$, and Δx .

(2) The momentum thickness of the boundary layer is defined as

$$\theta(x) = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy. \quad (1)$$

By considering the momentum conservation in the x direction for the control volume ABCD shown in Figure 2-2, derive a differential equation that describes the change in the momentum thickness θ along the flow direction (the x direction). Note that the shear stress on the control surface BC is given by τ_0 (> 0).

(3) We approximate the velocity profile in the boundary layer as

$$\frac{u}{U} = \begin{cases} 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2, & 0 \leq y \leq \delta \\ 1, & y > \delta. \end{cases} \quad (2)$$

Derive a differential equation that describes the change in the boundary layer thickness δ along the flow direction (the x direction).

(4) Consider the case where the fluid is not sucked into the flat plate ($v_0 = 0$). The boundary layer thickness at the leading edge ($x = 0$) is $\delta = 0$. By solving the differential equation derived in Question (3), express the boundary layer thickness δ as a function of x .

(5) Show the changes in the boundary layer thickness along the flow direction (the x direction) with and without the suction ($v_0 > 0$ and $v_0 = 0$, respectively) qualitatively in a graph, and briefly explain the difference between them.

(6) Consider the case where the fluid is sucked into the flat plate ($v_0 > 0$). The velocity profile in the boundary layer is approximated by Equation (2). Obtain the boundary layer thickness δ and the shear stress on the flat plate τ_0 at a far downstream location.

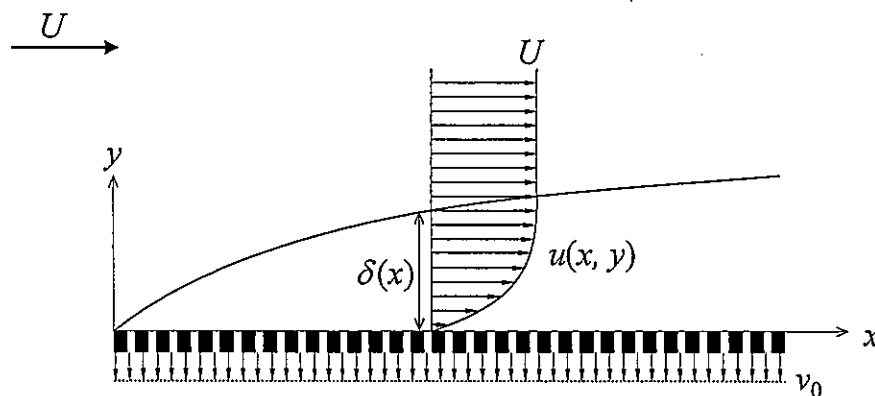


Figure 2-1

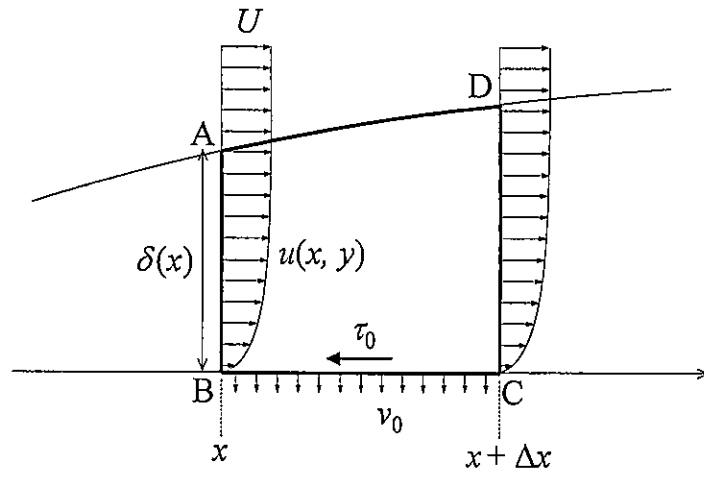


Figure 2-2

II. A fluid of constant density ρ is flowing steadily inside a two dimensional elbow as shown in Figure 2-3. The flow separates from the corner D, is contracted at the cross section G-H, and finally flows out uniformly from the outlet I-J which is far downstream from the elbow corner. The duct width before the corner from the cross section A-B to the cross section C-D is W , and the duct width after the corner from the cross section D-F to the cross section I-J is aW ($0 < a < 1$). The flow velocity and the static pressure at the cross section A-B are given as V and P_{AB} , respectively. The effects of wall friction and gravity can be neglected. Answer the following questions.

- (1) The width of the contracted flow at the cross section G-H is narrower than the duct width (aW) and can be written as caW , where c is a contraction coefficient ($0 < c < 1$). The contracted flow velocity V_{GH} inside this contracted region and the static pressure P_{GH} at the cross section G-H are both assumed to be uniform. The total pressure loss in an accelerated flow is negligible. Describe V_{GH} using necessary parameters from a , W , V , P_{AB} , P_{GH} , and ρ .
- (2) Then, contraction coefficient c is considered. It is assumed that the static pressure P_{CE} at the corner wall C-E can be expressed as, $P_{CE} = P_{AB} + \gamma \frac{\rho}{2} V^2$ ($0 < \gamma < 1$). In addition, horizontal component of the momentum entering the cross section C-D can be neglected. Write an expression relating c , a , and γ .
- (3) Using the above results, describe total pressure loss of the flow passing through this two dimensional elbow from the cross section A-B to the cross section I-J using a , V , ρ , and γ .

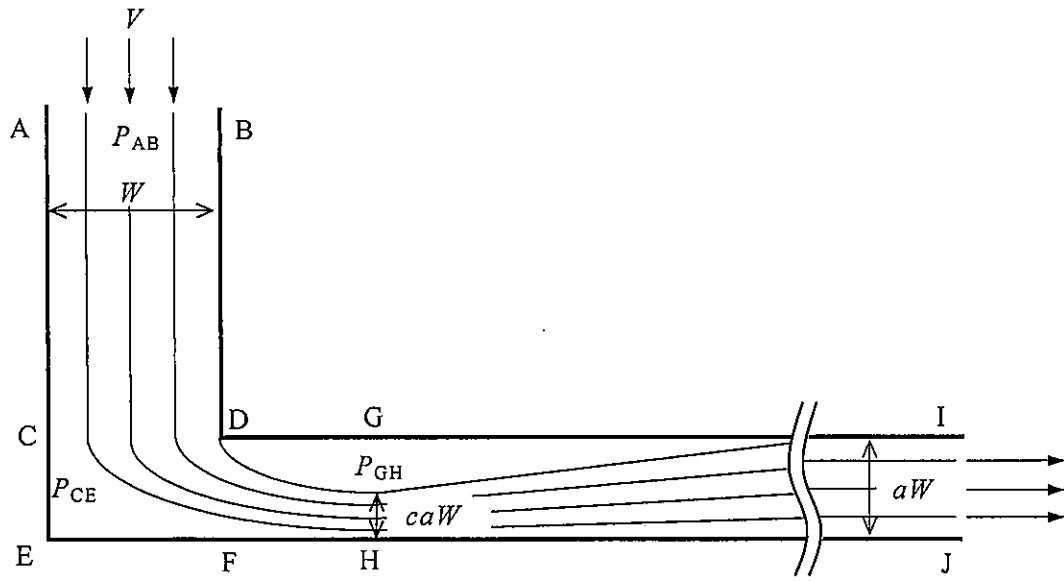


Figure 2-3